2ª SÉRIE DE EXERCÍCIOS DE ALGEBRA LINEAR

MATRIZES E SISTEMAS LINEARES

2º Semestre – 2014

Prof. Mauricio Fabbri

Operações básica com matrizes
Matrizes e operações elementares; Escalonamento
Estudo de sistemas lineares; Sistemas homogêneos
Inversão de matrizes

NOTAÇÃO: a_{ij} é o elemento da linha i e da coluna j da matriz **A**

1. Dadas as matrizes:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{H} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & -2 & -4 \end{pmatrix} \quad \mathbf{I} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Efetue as seguintes operações:

(a) $\mathbf{P} = 2\mathbf{C} + 3\mathbf{D} - 5\mathbf{I}$ (b) $\mathbf{Q} = \mathbf{A}.\mathbf{B}$ (c) $\mathbf{R} = \mathbf{B}.\mathbf{A}$ (d) $\mathbf{S} = \mathbf{C}.\mathbf{D} - \mathbf{D}.\mathrm{C}$ (e) $\mathbf{T} = \mathbf{C} + \mathbf{C}^t$
(f) $\mathrm{U} = \mathbf{E}.\mathbf{F}$ (g) $\mathbf{V} = \mathbf{F}.\mathbf{E}$ (h) $\mathbf{W} = \mathbf{G}.\mathbf{H} - \mathbf{H}.\mathbf{G}$ (i) $\mathbf{X} = \mathbf{E}.\mathbf{E}^t + \mathbf{F}^t.\mathbf{F}$ (j) $\mathbf{Y} = \mathbf{C}^t.\mathbf{D}^t - (\mathbf{D}.\mathbf{C})^t$

2. Calcule as seguintes somas, efetuadas sobre os elementos das matrizes do exercício anterior:

(a) $S = \sum_{i=1}^{3} g_{i3}$ *(b)* $S = \sum_{j=1}^{2} g_{2,j+1}$ *(c)* $S = \sum_{i=2}^{4}\sum_{j=0}^{1} g_{i-1,j+1}$ *(d)* $S = \sum_{m=1}^{3} g_{2m}h_{m3}$ *(e)* $S = \sum_{i=1}^{3} e_i^2$ *(f)* $S = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} e_i f_j$

3. Qual o elemento z_{21} da matriz $\mathbf{Z} = \mathbf{G}.\mathbf{A}$ (*vide exercício 1*)?

4. Seja $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$, e a matriz identidade $\mathbf{I}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Encontre as matrizes:

(a) $\mathbf{A}^2$ (b) $\mathbf{A}^3$ (c) $\mathbf{F} = 2\mathbf{A}^3 - 4\mathbf{A} + 5\mathbf{I}_2$ (d) $\mathbf{G} = \mathbf{A}^2 + 2\mathbf{A} - 11\mathbf{I}_2$

5. Encontre a matriz **E** que efetua as seguintes operações sobre as linhas L_i de uma matriz 3x3, por pré-multiplicação, na seqüência dada:

- $L_2 \leftarrow 3L_2$
- $L_1 \leftrightarrow L_3$
- $L_1 \leftarrow 2L_1 - 3L_2$

Verifique o resultado dessa seqüência de operações sobre a matriz $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

6. Encontre a matriz **E** que efetua as seguintes operações sobre as linhas L_i de uma matriz 3x2, por pré-multiplicação, na seqüência dada:

- $L_2 \leftrightarrow L_3$
- $L_1 \leftarrow -2L_1$
- $L_3 \leftarrow 3L_3 - 4L_1$
- $L_1 \leftrightarrow L_2$

Verifique o resultado dessa seqüência de operações sobre a matriz $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

7. Encontre a matriz **E** que efetua as seguintes operações sobre as colunas C_i de uma matriz 3x2, por pós-multiplicação, na seqüência dada:

- $C_2 \leftarrow -C_2$
- $C_1 \leftrightarrow C_2$
- $C_1 \leftarrow 2C_1 + 3C_2$

Verifique o resultado dessa seqüência de operações sobre a matriz $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

8. Em cada caso, escalonar a matriz **A**, e encontrar a matriz **E** tal que **E.A** é escalonada.

(a) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 1 & 3 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ (b) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ (c) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

(d) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ (e) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & -3 & 4 & 5 \\ 5 & 10 & 8 & 11 & 12 \end{pmatrix}$ (f) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 2 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & -3 & 5 \\ 1 & -1 & -7 & 9 & -11 \end{pmatrix}$

9. Encontrar a matriz **E** que escalona $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 10 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

10. Aproveite o procedimento do exercício anterior para resolver o sistema linear $\begin{cases} 2x + y - 2z = 10 \\ 3x + 2y + 2z = 1 \\ 5x + 4y + 3z = 4 \end{cases}$ por escalonamento (eliminação de Gauss).

11. Resolver os seguintes sistemas lineares por escalonamento (eliminação de Gauss):

(a) $\begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ x + 3y + z = 11 \\ 2x + 5y - 4z = 13 \\ 2x + 6y + 2z = 22 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} z - y = 2 \\ -x + y - z = -2 \\ x + y = -1 \end{cases}$ (c) $\begin{cases} 2x + 3y - z = -2 \\ x - y + z = 3 \\ -x + z = 7 \\ -3x + 4y - z = 5 \end{cases}$

12. Estude os seguintes sistemas lineares por escalonamento. Decida se (i) o sistema tem solução única, ou (ii) o sistema tem infinitas soluções, ou (iii) o sistema é inconsistente (não tem nenhuma solução):

(a) $\begin{cases} 2x + y - 2z = 10 \\ 3x + 2y + 2z = 1 \\ 5x + 4y + 3z = 4 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} x + 2y - 2z + 3w = 2 \\ 2x + 4y - 3z + 4w = 5 \\ 5x + 10y - 8z + 11w = 12 \end{cases}$ (c) $\begin{cases} 2x + y - 2z + 3w = 1 \\ 3x + 2y - z + 2w = 4 \\ 3x + 3y + 3z - 3w = 5 \\ x - y - 7z + 9w = -11 \end{cases}$

(d) $\begin{cases} 3y + 2x - z = -2 \\ x - y + z = 3 \\ z - x = 7 \\ 4y - z - 3x = 5 \end{cases}$ (e) $\begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ x - 2y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 0 \end{cases}$ (f) $\begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ x - 2y - z = 0 \\ x + 2y + 1{,}4z = 0 \end{cases}$

(g) $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x - 3y + z = 0 \\ x - 4y + 2z = 0 \end{cases}$ (h) $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x + 4y - z = 0 \\ 3x + 2y + 2z = 0 \end{cases}$ (i) $\begin{cases} x - y + z + w = 0 \\ 2x + y - z + 2w = 0 \\ x + 2y + 2z - 3w = 0 \end{cases}$

13. Escreva as soluções do sistema (b) do exercício anterior em termos das incógnitas w e y.

14. Escreva as soluções do sistema (g) do exercício anterior em termos da incógnita z. Encontre uma solução com módulo 1.

15. Escreva as soluções do sistema (i) do exercício anterior em termos da incógnita w. Encontre uma solução com módulo 1.

16. Estude os sistemas lineares abaixo com respeito ao parâmetro K. Para quais valores de K (i) o sistema tem solução única, (ii) o sistema tem infinitas soluções (iii) o sistema é inconsistente (não tem nenhuma solução):

(a) $\begin{cases} x + y + Kz = 2 \\ 3x + 4y + 2z = K \\ 2x + 3y - z = 1 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} x - 3z = -3 \\ 2x + Ky - z = -2 \\ x + 2y + Kz = 1 \end{cases}$ (c) $\begin{cases} Kx + y + z = 1 \\ x + Ky + z = 1 \\ x + y + Kz = 1 \end{cases}$

(d) $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y + z = 0 \\ y + z - t = 0 \\ z + Kt = 0 \end{cases}$ (e) $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x + y - z = 0 \\ x - Ky + 2z = 0 \end{cases}$

17. Para cada um dos sistemas lineares abaixo, (i) determine o valor de λ para que haja ao menos uma solução não-nula e (ii) nesse caso, encontre uma solução com módulo 1.

(a) $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \\ -x + 2y + \lambda z = 0 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ x - 2y - z = 0 \\ x + 2y + \lambda z = 0 \end{cases}$ (c) $\begin{cases} \lambda x + y + z = 0 \\ x + \lambda y + z = 0 \\ x + y + \lambda z = 0 \end{cases}$

18. Se $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, determine λ para que exista um vetor não nulo $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ tal que $\mathbf{A}.\mathbf{X} = \lambda\mathbf{X}$. Para cada valor de λ encontrado, encontre o vetor **X** de módulo 1 que satisfaz essa equação.

19. Repita o exercício anterior para $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

20. Obtenha as matrizes inversas e os determinantes de:

(a) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ (b) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ (c) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{pmatrix}$

(d) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & -3 \end{pmatrix}$ (e) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ (f) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & -3 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

(g) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ (h) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & 4 & 8 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ (i) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ (j) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$

21. Resolver os sistemas abaixo através da matriz inversa dos coeficientes:

(a) $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} -x + 2y - 3z = -3 \\ 2x + y = 1 \\ 4x - 2y + 5z = 6 \end{cases}$ (c) $\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ -x + 2y = 0 \end{cases}$ (d) $\begin{cases} 2x + y - z = -2 \\ 2y + z = -1 \\ 5x + 2y - 3z = -5 \end{cases}$

RESPOSTAS

1. (a) $\mathbf{P}=\begin{pmatrix}14 & 22\\ -15 & 7\end{pmatrix}$ (b) $\mathbf{Q}=\begin{pmatrix}1 & -8 & 10\\ 1 & -2 & 5\\ 9 & 22 & -15\end{pmatrix}$ (c) $\mathbf{R}=\begin{pmatrix}-15 & 19\\ 10 & -3\end{pmatrix}$ (d) $\mathbf{S}=\begin{pmatrix}12 & -30\\ -7 & -12\end{pmatrix}$

(e) $\mathbf{T}=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 3 & 10\end{pmatrix}$ (f) $\mathbf{U}=\begin{pmatrix}5\end{pmatrix}$ (g) $\mathbf{V}=\begin{pmatrix}-2 & 4 & 2\\ -2 & 4 & 2\\ -3 & 6 & 3\end{pmatrix}$ (h) $\mathbf{W}=\begin{pmatrix}-14 & -10 & -12\\ 8 & 6 & 2\\ -6 & -5 & 8\end{pmatrix}$

(i) $\mathbf{X}=\begin{pmatrix}23\end{pmatrix}$ (j) $\mathbf{Y}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$

2. (a) 5 (b) 0 (c) 2 (d) 8 (e) 6 (f) 14

3. 8

4. (a) $\begin{pmatrix}9 & -4\\ -8 & 17\end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix}-7 & 30\\ 60 & -67\end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix}-13 & 52\\ 104 & -117\end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$

5. $\mathbf{E}=\begin{pmatrix}0 & -9 & 2\\ 0 & 3 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{pmatrix}$ $\quad\mathbf{E.A}=\begin{pmatrix}2 & -20 & 11\\ 0 & 6 & -3\\ -1 & 1 & 0\end{pmatrix}$

6. $\mathbf{E}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\ -2 & 0 & 0\\ 8 & 3 & 0\end{pmatrix}$ $\quad\mathbf{E.A}=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 0\\ 2 & 3\end{pmatrix}$

7. $\mathbf{E}=\begin{pmatrix}3 & 1\\ -2 & 0\end{pmatrix}$ $\quad\mathbf{A.E}=\begin{pmatrix}3 & 1\\ -8 & -2\\ -7 & -1\end{pmatrix}$

8. A resposta deste exercício não é única. As respostas aqui dadas são obtidas com as transformações indicadas (que não são as únicas possíveis):

(a) L2 ← L1−2*L2 ; L3 ← L3−2*L1 ; L3 ← L2+7*L3

$$\mathbf{E}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 1 & -2 & 0\\ -13 & -2 & 7\end{pmatrix}\qquad \mathbf{E.A}=\begin{pmatrix}2 & -1 & 4\\ 0 & -7 & -6\\ 0 & 0 & -76\end{pmatrix}$$

(b) L2 ← L2+2*L1 ; L3 ← L3+L1 ; L3 ← 3*L3−7*L2

$$\mathbf{E}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & 1 & 0\\ -11 & -7 & 3\end{pmatrix}\qquad \mathbf{E.A}=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 3\\ 0 & 3 & 3\\ 0 & 0 & 6\end{pmatrix}$$

(c) L1 $\leftrightarrow$ L2

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{E.A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

(d) L1 $\leftrightarrow$ L2 ; L3 $\leftarrow$ L3+L1 ; L3 $\leftarrow$ L3+2L2

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{E.A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

(e) L2 $\leftarrow$ L2−2*L1 ; L3 $\leftarrow$ L3−5*L1 ; L3 $\leftarrow$ L3−18*L2

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 31 & -18 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{E.A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 32 & -16 \end{pmatrix}$$

(f) L2 $\leftarrow$ 2*L2−3*L1 ; L3 $\leftarrow$ 2*L3−3*L1 ; L4 $\leftarrow$ 2*L4−L1 ; L3 $\leftarrow$ L3−3*L2 ; L4 $\leftarrow$ L2−L4
L3 $\leftrightarrow$ L4

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & 0 & -2 \\ 6 & -6 & 2 & 0 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{E.A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & -5 & 5 \\ 0 & 0 & 16 & -20 & 28 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -8 \end{pmatrix}$$

9. A resposta deste exercício não é única. A resposta aqui dada é obtida com as transformações indicadas (que não são as únicas possíveis):

L2 $\leftarrow$ 2*L2−3*L1 ; L3 $\leftarrow$ 2*L3−5*L1 ; L3 $\leftarrow$ L3−3*L2

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 0 \\ 4 & -6 & 2 \end{pmatrix}$$

10. O sistema escalonado segundo as transformações acima será:

$$\begin{cases} 2x + y - 2z = 10 \\ y + 10z = -28 \\ -14z = 42 \end{cases} \qquad \text{cuja solução é} \quad z = -3 \;\; y=2 \;\; x=1$$

11. (a) x=1; y=3; z=1 (b) x=0; y= −1; z=1 (c) x= −1; y=2; z=6

12. (a) solução única (b) infinitas soluções (c) sistema inconsistente
(d) solução única (e) solução única (f) infinitas soluções
(g) infinitas soluções (h) solução única (i) infinitas soluções

13. As soluções são da forma (2+w–2y ; y ; 2w ; w)

14. As soluções são da forma $\left(\frac{2}{5}z\,;\frac{3}{5}z\,;z\right)$. Uma solução de módulo 1 é (0,3244; 0,4867; 0,8111)

15. As soluções são da forma (–w, w, w, w). Uma solução de módulo 1 é (–½; ½; ½; ½)

16. (a) se K≠3, a solução é única; se K=3, teremos infinitas soluções

(b) se K=2 teremos infinitas soluções; se K= –5 o sistema é inconsistente; para K diferente desses valores a solução é única

(c) se K=1 teremos infinitas soluções; se K= –2 o sistema é inconsistente; para K diferente desses valores a solução é única

(d) se K= –2/3 teremos infinitas soluções, caso contrário a solução é única

(e) se K= –4/3 teremos infinitas soluções, caso contrário a solução é única

17. (a) λ= –2. As soluções são da forma (–4k, k, 3k). Uma solução de módulo 1 é $\frac{(-4\,,1,3)}{\sqrt{26}}$

(b) λ=7/5. As soluções são da forma (–k, –3k, 5k). Uma solução de módulo 1 é $\frac{(-1\,,-3,5)}{\sqrt{35}}$

(c) Temos duas possibilidades:

(1) λ=1. Neste caso, as soluções serão da forma (–m–p, p, m).
Uma solução de módulo 1 poderia ser $\frac{(0\,,1,-1)}{\sqrt{2}}$

(2) λ= –2. Neste caso, as soluções serão da forma (m, m, m).
Uma solução de módulo 1 é $\frac{(1\,,1,1)}{\sqrt{3}}$

18. $\lambda=-1 \quad \mathbf{X}=\begin{pmatrix}-0,7071\\0,7071\end{pmatrix}$ e $\lambda=4 \quad \mathbf{X}=\begin{pmatrix}-0,5547\\-0,8321\end{pmatrix}$

19. $\lambda=-1 \quad \mathbf{X}=\begin{pmatrix}-0,8944\\0,4472\end{pmatrix}$ e $\lambda=5 \quad \mathbf{X}=\begin{pmatrix}-0,7071\\-0,7071\end{pmatrix}$

20. (a) $\begin{pmatrix}2&5\\1&3\end{pmatrix}$; 1 (b) a matriz é singular; det=0 (c) $\begin{pmatrix}1&0&0\\4/11&-8/11&3/11\\-6/11&1/11&1/11\end{pmatrix}$; –11

(d) a matriz é singular; det=0 (e) $\begin{pmatrix}2/3&-1/3\\1/6&1/6\end{pmatrix}$; 6 (f) $\begin{pmatrix}11/24&1/8&-1/12\\-19/24&-1/8&5/12\\1/12&-1/4&1/6\end{pmatrix}$; 24

(g) a matriz é singular; det=0 (h) a matriz é singular; det=0

(i) a matriz é singular; det=0 (j) $\begin{pmatrix}1/5&1/10&-11/80\\0&1/2&-3/16\\0&0&1/8\end{pmatrix}$; 80

21. (a) $\begin{pmatrix}3&-1\\2&-1\end{pmatrix}$; x=2; y=1 (b) $\begin{pmatrix}-5&4&-3\\10&-7&6\\8&-6&5\end{pmatrix}$; x=1; y= –1; z=0 (c) $\begin{pmatrix}2&5\\1&3\end{pmatrix}$; x=2; y=1

(d) $\frac{1}{3}\begin{pmatrix}-2&1&1\\11&-1&-4\\4&1&-2\end{pmatrix}$; x= –2/3; y= –1/3; z=1/3