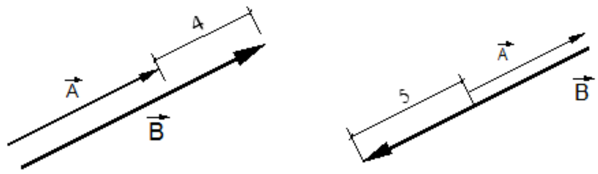
1ª SÉRIE DE EXERCÍCIOS DE VETORES E ALGEBRA LINEAR

VETORES NO R^N

2º Semestre – 2014

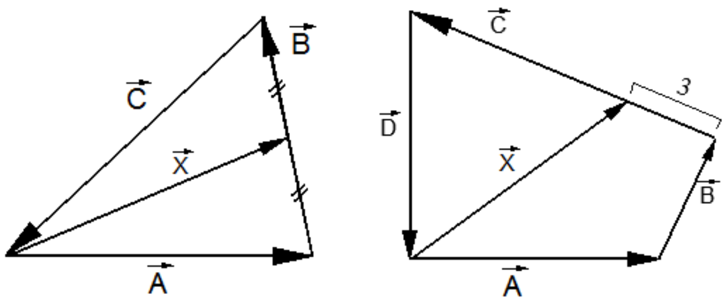
Vetores no R^N NOTAÇÃO: A é o módulo do vetor $\vec{A}$.

Exercício 1) Escreva o vetor $\vec{B}$ em termos do vetor $\vec{A}$:



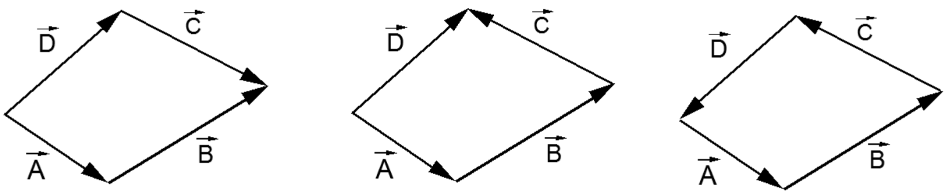
Resp: $\vec{B} = (1+\frac{4}{A})\vec{A}$ $\quad \vec{B} = -(1+\frac{5}{A})\vec{A}$

Exercício 2) Escreva o vetor $\vec{X}$ em termos dos demais vetores:



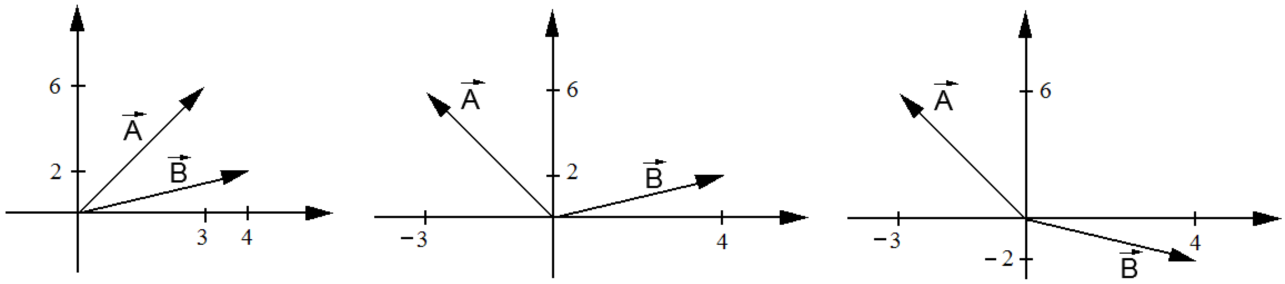
Resp: $\vec{X} = \vec{A} + \frac{\vec{B}}{2}$ $\qquad \vec{X} = \vec{A} + \vec{B} + 3\frac{\vec{C}}{C}$ *(estas não são as únicas respostas possíveis)*

Exercício 3) Escreva a relação entre os vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ e $\vec{D}$:



Resp: $\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}+\vec{D}$; $\vec{B}+\vec{C}=\vec{D}-\vec{A}$; $\vec{D}-\vec{A}=\vec{C}-\vec{B}$

Exercício 4) Calcule o ângulo entre os vetores em graus e minutos:



Resp: 36º52´ ; 90º ; 143º8´

***Exercício* 5)** Dado o vetor $\vec{A} = (3,4)$ no R^2,

(a) Determine o vetor $\vec{a}$, de módulo 1, com mesma direção e sentido de $\vec{A}$.

(b) Determine o vetor $\vec{b}$, de módulo 1, perpendicular ao vetor $\vec{a}$ e tal que $\vec{b}\cdot(1,0) \geq 0$.

(c) Escreva o vetor $\vec{X} = (-2,3)$ como uma combinação linear dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, isto é, $\vec{X} = p\vec{a} + q\vec{b}$ (determine p e q)

Resp: (a) (0,6 ; 0,8) (b) (0,8 ; -0,6) (c) p = 1,2 e q = –3,4

***Exercício* 6)** Dados os vetores no R^3

$$\vec{A} = (2,5,4) \qquad \vec{B} = (-1,0,x) \qquad \vec{C} = (1,y,z)$$

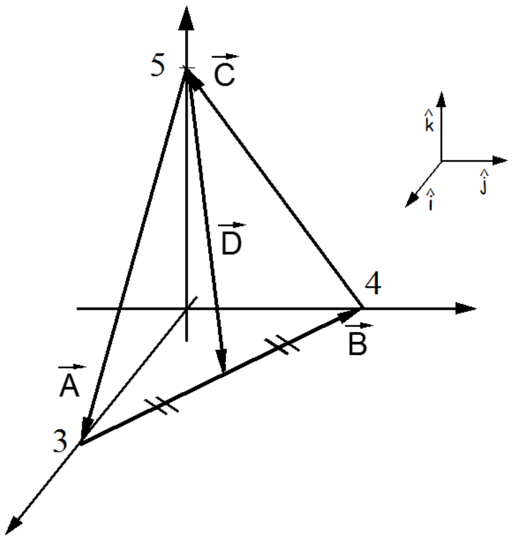
determine os valores de x, y, e z de modo que eles sejam mutuamente ortogonais.

Resp: x = 1/2 y = –2 z = 2

***Exercício* 7)** Calcule u, v e w de modo que $\vec{A}(1,2,-3) + \vec{B}(-5,2,1) + \vec{C}(u,v,w) = \vec{0}$.

Resp: u = 4 v = –4 w = 2

***Exercício* 8)** Escreva os vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ e $\vec{D}$ em termos dos versores $\hat{i}$, $\hat{j}$ e $\hat{k}$:

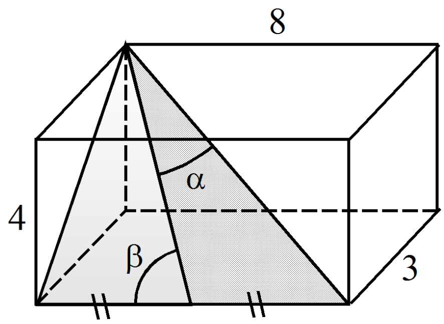


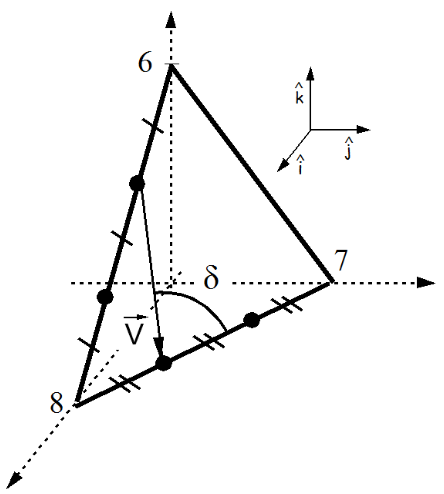
Resp:

$\vec{A} = 3\hat{i} - 5\hat{k}$ $\vec{B} = -3\hat{i} + 4\hat{j}$ $\vec{C} = -4\hat{j} + 5\hat{k}$ $\vec{D} = \frac{3}{2}\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}$

***Exercício* 9)** Calcule, utilizando vetores, os ângulos α e β na figura ao lado. A caixa é um paralelepípedo.

Resp: α=19º20′ β=51º20′





***Exercício* 10)** Escreva o vetor $\vec{V}$ em termos dos versores $\hat{i}$, $\hat{j}$ e $\hat{k}$ e calcule o ângulo δ:

Resp: $\vec{V} = \frac{8}{3}\hat{i} + \frac{7}{3}\hat{j} - 4\hat{k}$ δ=84º57′

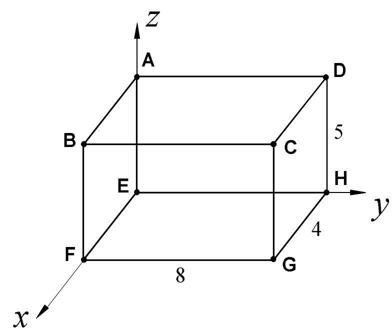
***Exercício** 11)* Escreva um versor ao longo de cada uma das seguintes direções:

(a) 30°SE (b) 64°35'SW (c) 18°53'NW (d) 82°9'NE *(especifique as componentes com três significativos)*

Respostas: $\frac{1}{2}\hat{\mathbf{i}} - \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{\mathbf{j}}$; $-0{,}903\hat{\mathbf{i}} - 0{,}429\hat{\mathbf{j}}$; $-0.324\hat{\mathbf{i}} + 0{,}946\hat{\mathbf{j}}$; $0{,}991\hat{\mathbf{i}} + 0{,}137\hat{\mathbf{j}}$

***Exercício** 12)* Uma torre está a 35°28'SW de um observador, distante 150m dele. O observador está a 58°12'NW de uma igreja, distante 300m dela. Em que direção está a torre quando vista da igreja? Qual a distância entre a torre e a igreja? *Respostas: 344m; 84°NW*

***Exercício** 13)* Considere o paralelepípedo ABCDEFGH ao lado.



(a) Calcule o tamanho da projeção da aresta $\overline{AE}$ sobre cada uma das diagonais $\overline{EC}$, $\overline{BH}$ e $\overline{FD}$. *(resultados com três significativos)*
Resposta: todas são do mesmo tamanho = 2,44

(b) Calcule o tamanho da projeção da aresta $\overline{AE}$ sobre cada uma das diagonais de face $\overline{GD}$ e $\overline{BG}$. *(resultados com três significativos)*
Respostas:3,90 e 2,65

(c) Calcule a distância do ponto A à reta $\overline{FH}$.
(resultado com três significativos) *Resposta: 6,15*

(d) Calcule o menor ângulo entre a aresta $\overline{AB}$ e a diagonal $\overline{EC}$.
Resposta: 67°

***Exercício** 14)* (a) Calcule o menor ângulo entre as retas $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = 5z$ e $x - 2 = -\frac{y}{2} = \frac{z-1}{3}$. *(em graus e minutos)*

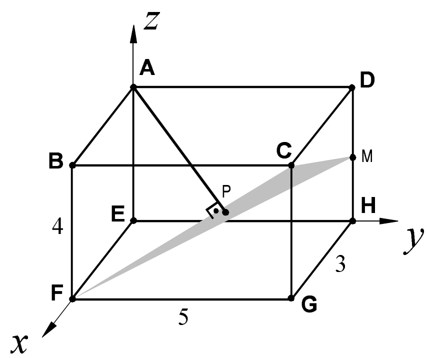
(b) Calcule a distância entre essas retas

Resp.: (a) 75°26' (b) 1,35

***Exercício** 15)* Calcule a distância da origem (0,0,0) ao plano que passa pelos pontos (8,0,0), (0,5,0) e (0,0,10). *(resultado com dois significativos)*
Resposta: 31

***Exercício** 16)* Calcule o comprimento da altura relativa à base ABC da pirâmide de vértices A(0,0,0), B(3,4,0), C(2,3,1) e D(-2,3,6). *(resultado com três significativos)*
Resp.: 2,16

***Exercício** 17)* Considere um paralelepípedo retângulo de dimensões 5, 3 e 4, alinhado com os eixos cartesianos (x,y,z) como na figura. A origem (0,0,0) está no ponto E, e M é o ponto médio da aresta HD.



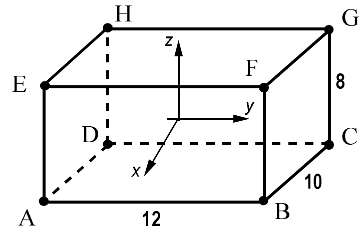
(a) Obtenha a distância $\overline{AP}$, onde P é o pé da perpendicular do vértice A ao plano que passa pelos pontos FCM. *(resultado com três significativos)*

(b) Calcule o ângulo entre o plano FCM e a face EFGH. *(resultado em graus e minutos)*

(c) Obtenha a distância entre a aresta $\overline{AB}$ e a reta $\overline{FM}$. *(resultado com três significativos)*

Resp.: (a) 4,16 (b) 46°10' (c) 3,71

***Exercício* 18)** O paralelepípedo abaixo está alinhado com os eixo coordenados, com a origem (0,0,0) em seu centro.

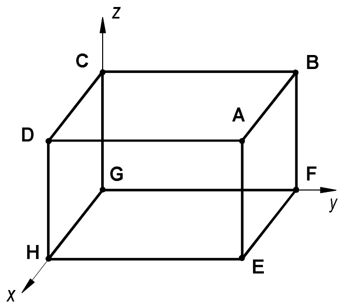


(a) Escreva as coordenadas cartesianas (x,y,z) dos vértices A, B, C, D, E, F, G e H.

(b) Escreva as coordenadas cartesianas (x,y,z) dos centros de cada uma das seis faces.

Resp.: (a) A(5,−6,−4), B(5,6,−4), C(−5,6,−4), D(−5,−6,−4), E(5,−6,4), F(5,6,4), G(−5,6,4), H(−5,−6,4)
(b) centro da tampa inferior: (0,0,−4) centro da tampa superior: (0,0,4)
centro da tampa da frente: (5,0,0) centro da tampa de trás: (−5,0,0)
centro da tampa esquerda: (0,−6,0) centro da tampa direita: (0,6,0)

***Exercício* 19)** O paralelepípedo ao lado está alinhado com os eixos coordenados, e a origem (0,0,0) está no ponto **G**. A diagonal AG mede 80cm e faz um ângulo de 65º com o eixo z. A distância do ponto **A** ao eixo y é de 35cm.



(a) Encontre as coordenadas cartesianas (x,y,z) dos pontos A, D e E.

(b) Calcule o volume do paralelepípedo, em litros, com 3 significativos.

Resp.: (a) A(9,05; 71,9; 33,8), D(9,05; 0; 33,8), E(9,05; 71,9 ; 0) (b) 22,0 litros

Universidade São Francisco – USF
Itatiba – São Paulo - Brazil
www.saofrancisco.edu.br