

**3ª Série de Exercícios**

VETORES E COORDENADAS NO ESPAÇO

**Exercício 1)** Escreva um versor ao longo de cada uma das seguintes direções:

- (a) 30°SE (b) 64°35'SW (c) 18°53'NW (d) 82°9'NE

(especifique as componentes com três significativos)

Respostas:  $\frac{1}{2}\hat{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}$  ;  $-0,903\hat{i} - 0,429\hat{j}$  ;  $-0,324\hat{i} + 0,946\hat{j}$  ;  $0,99\hat{i} + 0,137\hat{j}$

**Exercício 2)** Uma torre está a 35°28'SW de um observador, distante 150m dele. O observador está a 58°12'NW de uma igreja, distante 300m dela. Em que direção está a torre quando vista da igreja? Qual a distância entre a torre e a igreja?

Respostas: 344m; 84°NW

**Exercício 3)** Considere o paralelepípedo ABCDEFGH ao lado.

- (a) Calcule o tamanho da projeção da aresta  $\overline{AE}$  sobre cada uma das diagonais  $\overline{EC}$ ,  $\overline{BH}$  e  $\overline{FD}$ . (resultados com três significativos)

Resposta: todas são do mesmo tamanho = 2,44

- (b) Calcule o tamanho da projeção da aresta  $\overline{AE}$  sobre cada uma das diagonais de face  $\overline{GD}$  e  $\overline{BG}$ . (resultados com três significativos)

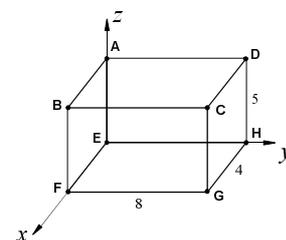
Respostas: 3,90 e 2,65

- (c) Calcule a distância do ponto A à reta  $\overline{FH}$ . (resultado com três significativos)

Resposta: 6,15

- (d) Calcule o menor ângulo entre a aresta  $\overline{AB}$  e a diagonal  $\overline{EC}$ .

Resposta: 67°



**Exercício 4)** (a) Calcule o menor ângulo entre as retas  $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = 5z$  e  $x-2 = -\frac{y}{2} = \frac{z-1}{3}$ . (em graus e minutos)

- (b) Calcule a distância entre essas retas

Resp.: (a) 75°26' (b) 1,35

**Exercício 5)** Calcule a distância da origem (0,0,0) ao plano que passa pelos pontos (8,0,0), (0,5,0) e (0,0,10). (resultado com dois significativos)

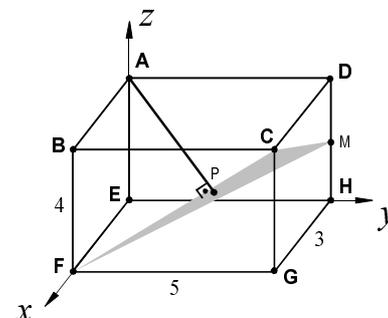
Resposta: 31

**Exercício 6)** Calcule o comprimento da altura relativa à base ABC da pirâmide de vértices A(0,0,0), B(3,4,0), C(2,3,1) e D(-2,3,6). (resultado com três significativos)

Resp.: 2,16

**Exercício 7)** Considere um paralelepípedo retângulo de dimensões 5, 3 e 4, alinhado com os eixos cartesianos (x,y,z) como na figura. A origem (0,0,0) está no ponto E, e M é o ponto médio da aresta HD.

- (a) Obtenha a distância  $\overline{AP}$ , onde P é o pé da perpendicular do vértice A ao plano que passa pelos pontos FCM. (resultado com três significativos)



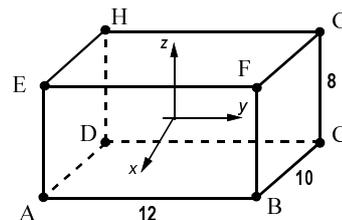
- (b) Calcule o ângulo entre o plano FCM e a face EFGH. (resultado em graus e minutos)

- (c) Obtenha a distância entre a aresta  $\overline{AB}$  e a reta  $\overline{FM}$ . (resultado com três significativos)

Resp.: (a) 4,16 (b) 46°10' (c) 3,71

**Exercício 8)** O paralelepípedo abaixo está alinhado com os eixos coordenados, com a origem  $(0,0,0)$  em seu centro.

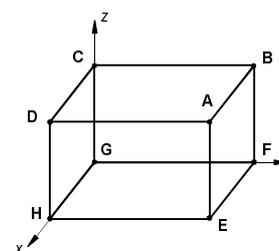
- (a) Escreva as coordenadas cartesianas  $(x,y,z)$  dos vértices A, B, C, D, E, F, G e H.
- (b) Escreva as coordenadas cartesianas  $(x,y,z)$  dos centros de cada uma das seis faces.



Resp.: (a)  $A(5,-6,-4)$ ,  $B(3,6,-4)$ ,  $C(-5,6,-4)$ ,  $D(-5,-6,-4)$ ,  $E(5,-6,4)$ ,  $F(3,6,4)$ ,  $G(-5,6,4)$ ,  $H(-5,-6,4)$   
 (b) centro da tampa inferior:  $(0,0,-4)$  centro da tampa superior:  $(0,0,4)$   
 centro da tampa da frente:  $(5,0,0)$  centro da tampa de trás:  $(-5,0,0)$   
 centro da tampa esquerda:  $(0,-6,0)$  centro da tampa direita:  $(0,6,0)$

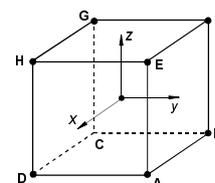
**Exercício 9)** O paralelepípedo ao lado está alinhado com os eixos coordenados, e a origem  $(0,0,0)$  está no ponto G. A diagonal AG mede 80cm e faz um ângulo de  $65^\circ$  com o eixo z. A distância do ponto A ao eixo y é de 35cm.

- (a) Encontre as coordenadas cartesianas  $(x,y,z)$  dos pontos A, D e E.
- (b) Calcule o volume do paralelepípedo, em litros, com 3 significativos.



Resp.: (a)  $A(9,05; 71,9; 33,8)$ ,  $D(9,05; 0; 33,8)$ ,  $E(9,05; 71,9; 0)$  (b) 22,0 litros

**Exercício 10)** Em relação ao sistema de coordenadas  $xyz$ , com origem  $(0,0,0)$  no centro e com os eixos alinhados às arestas do paralelepípedo ABCDEFGH, as coordenadas cilíndricas do vértice E são  $(5, 60^\circ, 7)$ cm. Qual o volume do sólido, em litros?  
 (resposta com 2 significativos)

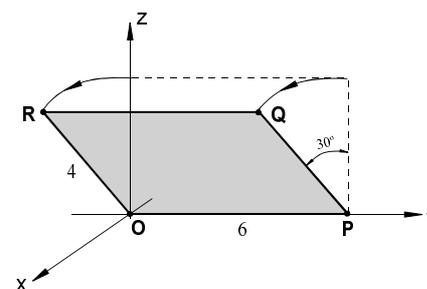


Resp.: 0,61 litros

**Exercício 11)** Repita o exercício anterior, se as coordenadas esféricas do vértice E fossem  $(r, \theta, \phi) = (10, 60^\circ, 50^\circ)$ .  
 Resp.: 0,18 litros

**Exercício 12)** Na figura ao lado, o retângulo OPQR, inicialmente contido no plano yz, foi girado de  $30^\circ$  em torno do eixo y, no sentido indicado.

- (a) Quais as coordenadas cartesianas do ponto Q ?
- (b) Qual a distância do ponto Q à origem O ?
- (c) Quais as coordenadas cilíndricas do ponto Q ?
- (d) Quais as coordenadas esféricas do ponto Q ?  
 (respostas com três significativos, e ângulos em graus e minutos)



Resp.: (a)  $(2; 6; 3,46)$  (b) 7,21 (c)  $(6,32; 71^\circ34'; 3,46)$  (d)  $(7,21; 61^\circ17'; 71^\circ34')$