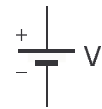


**Notas de aula e 6ª Série de Exercícios**

**ELETRICIDADE E MAGNETISMO – Parte III  
 ONDAS E FENÔMENOS ONDULATÓRIOS  
 FÍSICA QUÂNTICA**

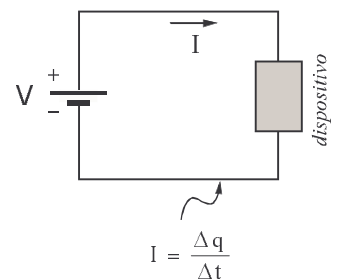
**1. CIRCUITOS ELÉTRICOS SIMPLES**

(I) Uma fonte de tensão DC (*direct current, ou CC - corrente contínua em português*) é um dispositivo capaz de manter uma diferença de potencial (ddp)  $V$  constante entre seus terminais. Quando uma carga positiva  $q$  atravessa uma fonte de tensão, do pólo negativo para o positivo, ela ganha uma energia  $\Delta W = qV$ .



(II) Um circuito elétrico simples consiste em uma fonte alimentando um dispositivo elétrico. A corrente elétrica  $I$  que circula pela malha fechada é a quantidade de carga elétrica por tempo que passa por um ponto qualquer do circuito:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$



*Note que o sentido convencional da corrente elétrica é na direção em que as cargas positivas circulam. Em um circuito comum, são elétrons que se movem no interior dos materiais; para efeito de cálculos, um elétron (negativo) é equivalente a uma mesma carga positiva em sentido contrário.*

(III) A unidade de corrente elétrica no SI é o Ampère (A), que corresponde à passagem de 1 Coulomb de carga por segundo.

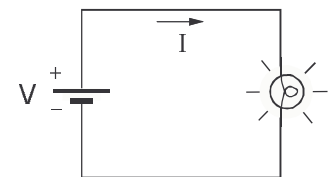
(IV) A potência elétrica fornecida pela fonte ao dispositivo (que é igual à potência elétrica que a consumida pelo aparelho) é a energia ganha pelas cargas por tempo quando atravessam a fonte. Portanto,

$$P = VI$$

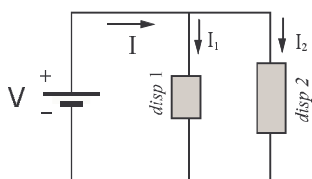
Se  $V$  é medido em Volts e a corrente em Ampères, a potência  $P$  resultará em Watts (Joules por segundo).

**Exercício 1:** Uma bateria de automóvel (12V) alimenta uma lâmpada de farol de 50W. Qual a corrente elétrica pelos fios?

*Resp.: 4,2A*



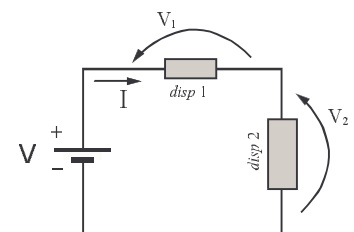
(V) Circuitos elétricos podem ser montados em diversas configurações, conforme a aplicação desejada.



Em um circuito paralelo, os dispositivos são conectados diretamente aos terminais da fonte:

$$I = I_1 + I_2$$

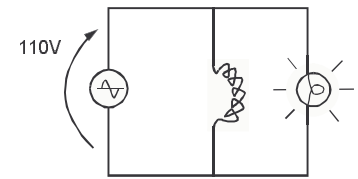
Em um circuito série, os aparelhos são conectados de modo que sejam atravessados pela mesma corrente:



$$V = V_1 + V_2$$

(VI) Em uma instalação elétrica caseira simples, a tomada funciona como uma fonte de tensão AC (*alternating current, ou CA – corrente alternada, em português*). Nesse caso, a ddp varia senoidalmente com o tempo, a uma frequência de 60Hz (ou 50Hz em alguns lugares mais estranhos). Para efeito de cálculo, a voltagem fornecida é dada em termos de um *valor eficaz* (em geral, 110V ou 220V), e pode-se projetar os circuitos como se a ddp fosse constante.

**Exercício 2:** Um mesmo par de fios alimenta uma lâmpada de 150W e um chuveiro de 4600W a partir de um ponto de 110V, como no esquema ao lado.



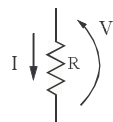
- Calcule a corrente elétrica pela lâmpada.
- Calcule a corrente elétrica pelo chuveiro.
- Qual a corrente total que sai do ponto de alimentação (fonte) ?

Resp.: 1,4A 42A 43A

**Exercício 3:** Calcule o preço mensal de um banho diário de 20 minutos, usando um chuveiro de 5600W. O preço básico do kWh (quilowatt-hora) é R\$ 0,352. (*na prática, pagamos também ICMS, COFINS, tarifa de distribuição e tarifa de transmissão, que variam conforme o consumo total da conta*).

Resp.: R\$ 19,71

(VII) Um dos elementos de circuito mais simples é o resistor. Um resistor segue a lei de Ohm : a corrente que o atravessa é diretamente proporcional à ddp aplicada:



$$I = \frac{V}{R}$$

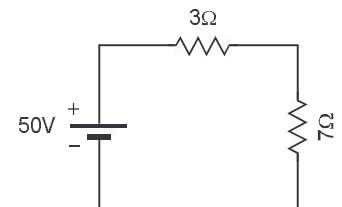
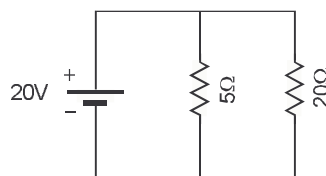
R é o valor do resistor (constante) e é dado em Ohms ( $\Omega$ ) no SI.

(VIII) Dois resistores  $R_1$  e  $R_2$  conectados em série equivalem a um único resistor  $R = R_1 + R_2$

(IX) Dois resistores  $R_1$  e  $R_2$  conectados em paralelo equivalem a um único resistor  $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ .

**Exercício 4:** Em cada um dos circuitos abaixo, calcule:

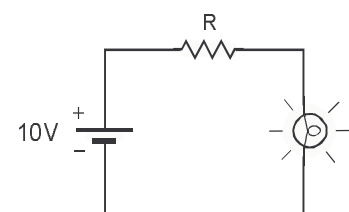
- a corrente elétrica através de cada resistor
- a ddp entre os terminais de cada resistor
- a potência dissipada por cada resistor
- a corrente elétrica pela fonte
- a potência elétrica fornecida pela fonte



Resp.: série: 4A, 1A; 20V, 20V; 80W, 20W; 5A; 100W paralelo: 5A, 5A; 15V, 35V; 75W, 175W; 5A; 250W

**Exercício 5:** A lâmpada do circuito ao lado deve funcionar com 6V/12W. Calcule o valor e a potência nominal mínima do resistor R.

Resp.: 2Ω, 8W



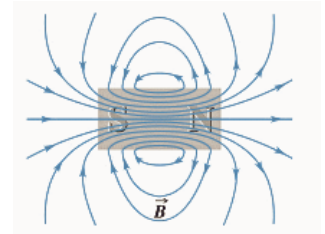
(X) A velocidade com que os elétrons circulam, em circuitos comuns, é pequena, como ilustra o exercício seguinte. Como a quantidade de elétrons que são disponíveis para condução é muito grande nos metais comuns, valores altos de corrente elétrica são atingidos mesmo quando os elétrons se deslocam lentamente.

**Exercício 6:** Suponha que uma corrente elétrica de 1A circula por um fio de cobre com diâmetro 1mm. 1mol de cobre tem massa 63,54g, e tem  $6,02 \times 10^{23}$  átomos. A densidade do cobre é  $9\text{g/cm}^3$ . Calcule a velocidade média de deslocamento dos elétrons pelo fio, supondo que cada átomo de cobre contribua com um elétron para a condução.

Resp.: 34cm/h

## 2. O CAMPO MAGNÉTICO

(XI) O magnetismo e os ímãs são conhecidos desde a antiguidade. A ação de um ímã pode ser visualizada através das linhas de campo magnético que ele produz. Note que o sentido convencional das linhas é do pólo norte para o pólo sul no exterior do ímã, e do sul para o norte no interior.



[http://www.physics.smu.edu/ebeker/physics1/mag\\_field.htm](http://www.physics.smu.edu/ebeker/physics1/mag_field.htm)

Denotamos o campo magnético em um ponto do espaço pelo vetor  $\vec{B}$ .

(XII) Como sabemos por experiência, aproximando dois ímãs, pólos iguais se repelem e pólos diferentes se atraem. Mas linhas de campo magnético são sempre fechadas – isto significa que não há fontes isoladas de campo magnético (no caso do campo elétrico, as cargas elétricas são fontes isoladas de campo, e podem existir nas formas positiva e negativa) – ou seja, não existe algo como “carga magnética”. Se voce tentar dividir um ímã em dois, sempre vai obter dois outro ímãs, cada qual com seu pólo Norte e Sul.

(XIII) Hoje sabemos que o campo magnético é produzido por cargas em movimento. O campo produzido por um ímã é a soma dos campos magnéticos produzidos por cada átomo do material (cada átomo funciona como um pequeno ímã). Num material comum, os campos produzidos por cada átomo estão desalinhados, e a soma total é zero. Num ímã, os campos atômicos estão alinhados, resultando num campo total apreciável.

(XIV) No sistema SI, o campo magnético é medido em Tesla (T). Um campo de 1T é bastante grande: por exemplo, o campo magnético da Terra próximo da superfície é cerca de  $3 \times 10^{-5}$  T; o campo magnético de um ímã comum, forte, é cerca de 0,01T. O maior campo magnético produzido em laboratório chega a 50T.

(XV) (B. Bryson, Ref. 7 )O magnetismo da Terra é causado pelas correntes do magma (matéria fundida) no seu interior. A força do campo magnético da Terra se altera de tempos em tempos: na época dos dinossauros, era até três vezes maior do que é agora. Sabe-se que ocorre uma inversão de pólos (troca entre o Norte e o Sul) aproximadamente a cada 500 mil anos em média, mas isso varia muito e é imprevisível. A última inversão foi há cerca de 750 mil anos. Às vezes, ela permanece inalterada por milhões de anos – 37 milhões de anos parece ter sido o tempo mais longo – e em outras se inverteu após apenas 27 mil anos. No todo, nos últimos 100 milhões de anos, ela se inverteu cerca de duzentas vezes, e não temos nenhuma idéia da causa – essa é considerada a maior pergunta não respondida das ciências geológicas (os geólogos utilizam essas inversões para acompanhar a história da Terra que fica gravada em certos tipos de rocha magnética).

(XVI) Como cargas em movimento produzem campo magnético, uma corrente elétrica produz campo magnético ao redor. O valor do campo a uma distância  $d$  de um fio retilíneo é dado por

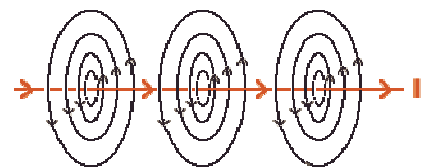
$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi d}$$

o sentido do campo é dado pela regra da mão direita (coloque o polegar no sentido da corrente)

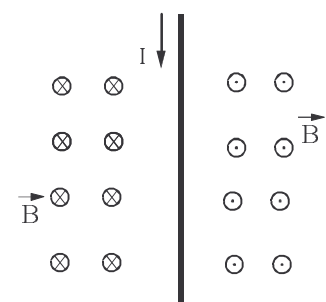
Note a convenção para vetores ilustrada no esquema ao lado.

$\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vácuo =  $4\pi \times 10^{-7}$  T.m/A

(aproximadamente a mesma no ar)

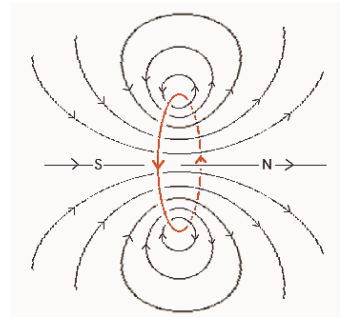


<http://www.unm.edu/~D/hsy/cf/SC133ocWeb/Electri.ca/ElectricalSystems.html>



(XVII) Uma espira de corrente funciona como um ímã.

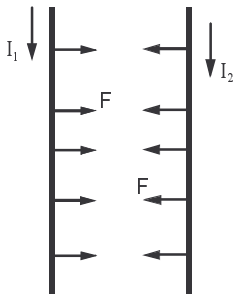
A relação entre eletricidade e magnetismo foi descoberta quando os cientistas notaram que correntes elétricas agiam sobre agulhas de bússola colocadas nas proximidades.



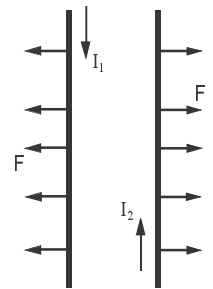
<http://www.univ.br/pt/physic/SOC1320Web/Eletrica/Elétrica/Sistema.html>

**Exercício 7:** Calcule a intensidade da corrente elétrica que deve passar por um fio retilíneo, de modo que o campo magnético a 5cm do mesmo seja comparável ao campo magnético da Terra próximo à superfície ( $3 \times 10^{-5}$  T) (dois significativos) Resp.: 7,5A

(XVIII) O campo magnético produzido pelas correntes elétricas faz com que haja uma força entre dois condutores próximos. Essa força magnética entre dois fios que conduzem correntes elétricas é utilizada pelo sistema metrológico internacional para definir o Ampère. (1A = valor da corrente constante que, ao ser mantida entre dois fios retilíneos e paralelos de comprimento infinito e seções retas desprezíveis, separados por uma distância de 1 metro, no vácuo, produz entre os fios uma força de  $2 \times 10^{-7}$  N para cada metro de comprimento dos fios).



A força entre dois condutores paralelos é de atração, se as correntes tiverem o mesmo sentido, e de repulsão se as correntes forem em sentidos opostos. O valor da força por unidade de comprimento dos fios, quando separados por uma distância d, é



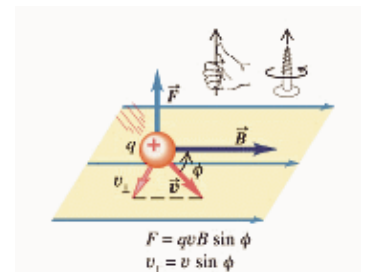
$$f = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d} \quad (\text{Newtons por metro})$$

**Exercício 7:** Calcule a corrente que deve circular por dois fios finos, paralelos, distantes 2mm entre si, de modo que a força entre eles seja de 0,01N (correspondente ao peso de uma massa de  $\approx 1$  grama). Resp.: 10A

(XIX) Um campo magnético atua sobre cargas em movimento. A força magnética sobre uma carga pontual q é perpendicular ao plano definido pelo campo  $\vec{B}$  e pela velocidade  $\vec{v}$ , e tem valor (com sinal !)

$$F = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen } \phi$$

, onde  $\phi$  é o ângulo entre  $\vec{B}$  e  $\vec{v}$ . A direção da força é obtida pela regra da mão direita. Note que o sinal da carga deve ser levado em consideração.



[http://www.physics.gsu.edu/beckert/physics1/imag\\_fiel.htm](http://www.physics.gsu.edu/beckert/physics1/imag_fiel.htm)

Como a força magnética é sempre perpendicular à velocidade da carga, ela altera apenas a direção do movimento. Por isso, uma partícula carregada descreve uma trajetória circular ou em espiral quando se movimenta sob a ação de um campo magnético uniforme.

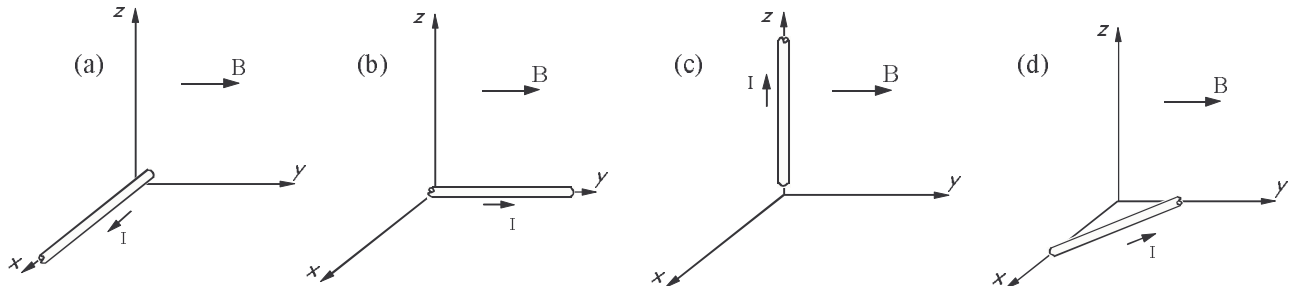
(XX) Um fio conduzindo corrente elétrica, se colocado numa região onde haja campo magnético, fica sujeito a uma força (esse é o princípio de funcionamento dos motores elétricos). A intensidade da força depende da orientação de cada trecho do fio em relação ao campo magnético. A força por unidade de comprimento sobre um trecho retilíneo do fio, pelo qual circula uma corrente elétrica i em uma direção fazendo ângulo  $\phi$  com o campo magnético, é dada por

$$f = B \cdot i \cdot \text{sen } \phi \quad (\text{Newtons por metro})$$

A direção da força é obtida pela regra da mão direita, como explicado no item anterior.

**Exercício 8:** Um fio conduzindo uma corrente de 5A é colocado numa região onde existe um campo uniforme de 0,4T, na direção  $y$  (veja figura). Calcule o valor e a direção da força magnética sobre o fio, por unidade de comprimento, nas seguintes situações:

- (a) O fio está na direção  $x$
- (b) O fio está na direção  $y$
- (c) O fio está na direção  $z$
- (d) O fio está sobre o plano  $xy$ , fazendo um ângulo de  $30^\circ$  com o eixo  $x$ .



Resp.: (a) 2N na direção z+ (b) 0 (c) 2N na direção x- (d) 1,7N na direção z-

### 3. INDUÇÃO ELETROMAGNÉTICA

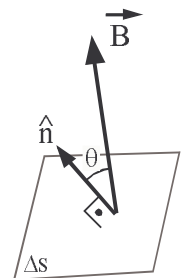
(XXI) Campos elétricos e magnéticos, na verdade, são manifestações de uma mesma entidade, que chamamos de campo eletromagnético, cujas propriedades foram corretamente descritas de forma matemática pela primeira vez por Maxwell por volta de 1860. O fato básico é que campos elétricos que variam no tempo produzem campos magnéticos, e vice-versa: campos magnéticos que variam no tempo produzem campos elétricos; fenômenos desse tipo são conhecidos com o nome genérico de *indução eletromagnética*. Essas variações propagam-se no espaço, à velocidade da luz, sob a forma de ondas eletromagnéticas. Hoje sabemos que os fenômenos eletromagnéticos estão no cerne do funcionamento da natureza, e são essenciais tanto para a tecnologia quanto para a compreensão do Universo.

(XXII) Uma aplicação bastante utilizada da indução eletromagnética consiste em provocar uma variação de fluxo magnético no interior de um anel de fio condutor. O fluxo magnético através de uma pequena superfície de área  $\Delta S$  é definido como

$$\Phi = B \cdot \Delta S \cdot \cos\theta$$

$\theta$  é o ângulo entre o vetor  $\vec{B}$  e a normal  $\hat{n}$  à superfície  $\Delta S$ .

O fluxo  $\Phi$  mede a quantidade de linhas magnéticas que atravessa  $\Delta S$ , e é medido em Weber (W) no sistema SI. (note que 1Tesla = 1Weber/m<sup>2</sup>)



Para calcular o fluxo magnético total através de uma superfície  $S$ , dividimos essa superfície em pequenas partes  $\Delta S$  e somamos. Em notação moderna, escrevemos

$$\Phi = \sum_s B \cos\theta(\Delta S) = \iint_s B \cos\theta dS$$

O valor do fluxo pode ser facilmente encontrado em casos mais simples (por exemplo, quando o campo magnético é uniforme e a superfície  $S$  é plana).

A lei de Faraday da indução eletromagnética diz que a variação do fluxo magnético com o tempo produz uma diferença de potencial (chamada de força eletromotriz induzida, fem). O valor da fem é igual à taxa de variação do fluxo magnético:

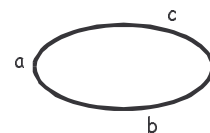
$$v = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

O sinal negativo informa que a fem induzida tem polaridade tal que se opõe à variação do fluxo (lei de Lenz).

A interpretação correta da fem induzida e da lei de Lenz exige uma descrição matemática um tanto elaborada, mas pode ser utilizada de modo simples em algumas aplicações.

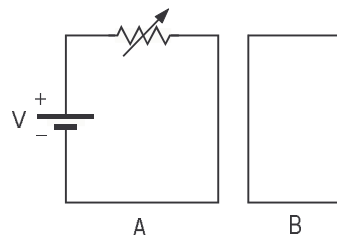
**Exercício 9:** Enquanto o ímã estiver se aproximando da espira **abc** ao lado, uma corrente elétrica será induzida na mesma. Use a lei de Lenz para determinar o sentido da corrente.

Resp.:  $a \rightarrow b \rightarrow c$

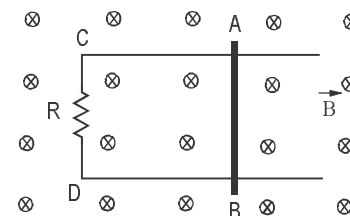


**Exercício 10:** Se a corrente elétrica no circuito A variar, uma corrente é induzida no circuito B (esse é o princípio de funcionamento dos transformadores elétricos). Utilize a lei de Lenz para determinar o sentido da corrente no circuito B, se a corrente no circuito A estiver diminuindo.

Resp.: anti-horário



**Exercício 11:** (Ramalho, adaptado) Uma barra condutora AB, de resistência desprezível e 40cm de comprimento, está em contato com as guias metálicas CA e DB, também de resistências muito pequenas. O resistor R vale  $0,6\Omega$  e o circuito encontra-se em um campo magnético uniforme de 1,5T perpendicular ao plano da figura. Encontre a corrente elétrica (valor e sentido) no resistor R quando



- (a) a barra desloca-se para a direita com velocidade constante de 2m/s
- (b) a barra desloca-se para a esquerda com velocidade constante de 5m/s

Resp.: (a) 2A, no sentido anti-horário (b) 3A, no sentido horário

#### 4. ONDAS

(XXIII) Uma onda é, em termos simples, uma perturbação que se propaga no espaço. Os exemplos mais comuns são as ondas do mar (que se propagam na água), o som (que se propaga no ar, ou em outro meio elástico qualquer), e as ondas de rádio (que se propagam no espaço – mesmo no vácuo - por incrível que possa parecer, as ondas eletromagnéticas não necessitam de um meio material para se propagar).

A velocidade com que as ondas caminham depende do meio onde ela se propaga e da frequência com que a onda vibra; essa dependência é chamada de dispersão. Uma onda que não se dispersa propaga-se mantendo a forma. As ondas mecânicas sempre apresentam dispersão, porque o meio onde se propagam sempre absorvem uma parte de sua energia.

As ondas longitudinais são tais que o sentido de vibração coincide com a direção em que se propagam. O som é uma onda longitudinal. Você pode provocar uma onda longitudinal em uma longa mola: basta vibrar a mola na direção de seu eixo principal.

Nas ondas transversais, o sentido de vibração é perpendicular à direção em que se propagam. A luz é uma onda transversal (como todas as ondas eletromagnéticas). Para provocar uma onda transversal em uma longa mola, basta vibrar a mola perpendicularmente ao seu eixo principal. As ondas transversais são polarizadas quando a direção ao longo da qual vibram permanece fixa.

Uma onda qualquer pode ter uma componente transversal e outra longitudinal.

(XXIV) O tipo mais simples de onda consiste em uma vibração harmônica (senoidal) que se propaga no espaço conforme o tempo passa. A forma matemática de uma onda senoidal que se propaga na direção  $\hat{x}$  é

$$u(x,t) = A.\text{sen}[k(x - vt)] = A.\text{sen}(kx - \omega t) \quad , \text{onde } k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ e } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$u$  é a quantidade que vibra, que se propaga  
 $x$  é uma posição na direção  $\hat{x}$ ,  $t$  é o tempo  
 $A$  é a amplitude da onda  
 $v$  é a velocidade com que a onda se propaga  
 $T$  é o período de vibração  
 Se  $T$  for medido em segundos, então a frequência

$$\text{de vibração em Hz será } f = \frac{1}{T}$$

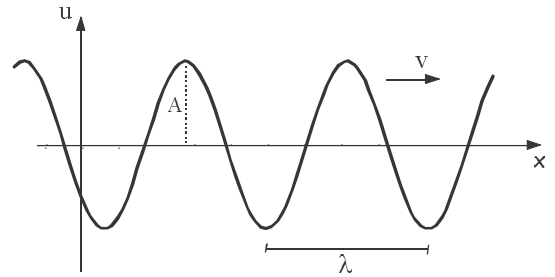
$\lambda$  é o comprimento de onda (distância que a onda percorre em um período)

Se  $\lambda$  for medido em metros, então  $\frac{1}{\lambda}$  é a quantidade de ciclos por metro

$k$  é o número de onda  
 $\omega$  é a frequência angular

(se for preciso considerar a polarização, a quantidade  $u$  deve ser vetorial)

Observe que  $v = \lambda.f$



(XXV) Pode-se provar matematicamente que uma onda não-senoidal pode ser decomposta em uma soma de ondas senoidais (essa decomposição é chamada de análise de Fourier). Portanto, um sinal que não é senoidal envolve, na verdade, várias frequências diferentes, que correspondem às senoides que o compõem (chamadas de harmônicas do sinal).

Nos exercícios abaixo, quando falamos de uma onda com uma frequência específica, estamos nos referindo a uma onda senoidal simples.

**Exercício 12:** (a) A velocidade do som no ar é cerca de 340m/s. Calcule o comprimento de onda do som audível mais grave (20Hz) e do mais agudo (20KHz). *Resp.: 17m e 17mm*

(b) Calcule esses comprimentos de onda se o som estiver se propagando em uma barra de aço, onde a velocidade do som é cerca de cinco quilômetros por segundo. *Resp.: 250m e 25cm*

(XXVI) A superposição de duas ondas senoidais que se propagam em sentidos contrários resulta numa onda estacionária, que percebemos como uma vibração em torno de pontos fixos. Isto pode ser visto assim:

$$u = A\text{sen}(kx - \omega t) + A\text{sen}(kx + \omega t) = 2A.\text{sen}(kx).\text{sen}(\omega t)$$

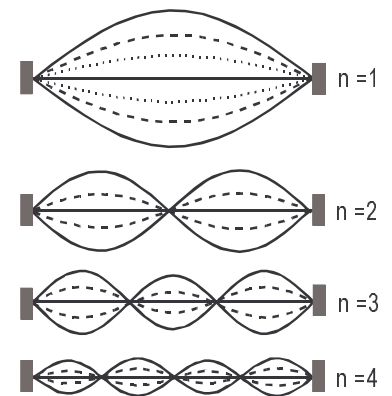
Essa é uma vibração tal que, nas posições

$$\text{onde } x = n\pi/k, \text{ u permanece fixo em zero.}$$

É o que ocorre em uma corda que vibra com as extremidades fixas.

Cada valor de  $n$  corresponde a um modo de vibração.

Os quatro primeiros modos estão ilustrados na figura ao lado.



**Exercício 13:** Uma corda de náilon tem densidade linear  $\mu = 2,5\text{g/m}$ . Quando esticada entre dois pontos fixos em um violão, tem comprimento de 60cm. A velocidade de propagação de ondas transversais pela corda é dada por  $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ , onde  $F$  é a tensão com que a corda é esticada (1 Newton =  $1\text{kg}\cdot\text{m/s}^2$ ).

(a) Calcule a tensão na corda para que, no primeiro modo normal de vibração, ela emita a nota Sol a 396Hz. (dois significativos) *Resp.:  $5,6 \times 10^2\text{N}$*

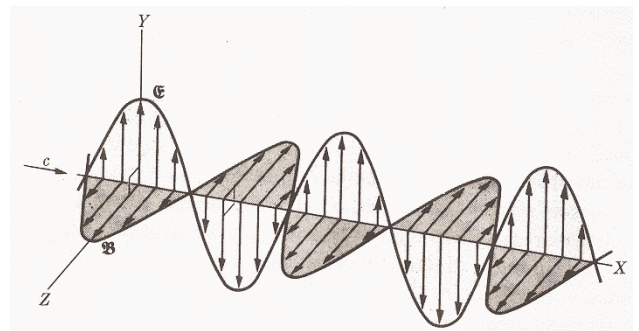
(b) A que distância da extremidade a corda deve ser pressionada no batente, para que emita a nota Fá em 704Hz? (quatro significativos) *Resp.: a 26,25cm da extremidade que sai do braço*

(XXVII) Por volta de 1860, Maxwell previu matematicamente que uma perturbação eletromagnética propaga-se no espaço à velocidade da luz (aproximadamente  $3 \times 10^8\text{ m/s}$  no vácuo). Na verdade, uma onda eletromagnética manifesta-se na forma de rádio, calor ou luz, dependendo de sua frequência. A relação entre a velocidade da luz  $c$ , a permissividade elétrica  $\epsilon$  e a permeabilidade magnética  $\mu$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

No vácuo,  $c = 2,99792458 \times 10^8\text{ m/s}$ .

Uma onda eletromagnética é sempre transversal, os campos elétrico e magnético são perpendiculares entre si e perpendiculares à direção de propagação.



Alonso, M. e Finn, E.J. Física, Vol II, Edgard Blücher, 1972.

**Exercício 14:** (a) Calcule o comprimento de onda de uma portadora de rádio FM a 108MHz (dois significativos)

*Resp.: 2,8m*

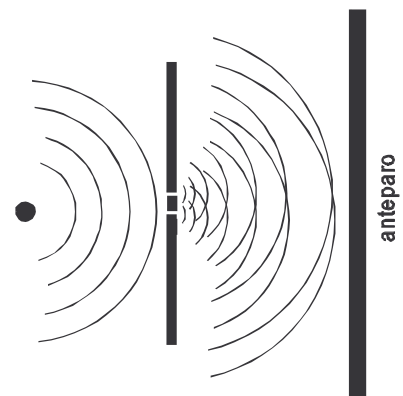
(b) Calcule a frequência de vibração da luz amarela de arco de sódio, cujo comprimento de onda é  $590\text{nm}$ . (dois significativos)

*Resp.:  $5,1 \times 10^{14}\text{ Hz} = 510\text{ mil gigahertz}$*

(XXVIII) Quando ondas se propagam e eventualmente interagem entre si, aparecem efeitos de interferência e difração. A interferência ocorre entre duas ondas que se propagam na mesma região do espaço: uma pode reforçar ou cancelar a outra, dependendo da fase entre elas. A difração ocorre porque cada ponto na frente de uma onda funciona como uma fonte emissora dessa onda; isto faz com que, quando a onda atravessa obstáculos com dimensões comparáveis ao comprimento de onda, ela mude de direção ou se espalhe (na verdade, a difração é a interferência de uma onda com ela mesma).

**Exercício 15:** Calcule a distância entre duas franjas vizinhas de interferência que aparecem sobre o anteparo no experimento ao lado, onde a luz amarela de sódio incide sobre duas fendas separadas de 0,5mm, distantes meio metro do anteparo.

*Resp.: 0,59mm*





## 5. FÍSICA QUÂNTICA

(XXIX) Os modelos da física clássica pressupõem que os fenômenos são explicáveis através de modelos de partículas ou de ondas.

Quando se estuda o movimento de uma partícula, imaginamos que podemos acompanhar a posição dessa partícula ao longo do tempo, e assim saber, por exemplo, se ela se chocou com alguma outra partícula, se ela bateu em alguma parede, se ela está orbitando em volta de outra, etc. etc. A energia de uma partícula tem a ver com a sua velocidade e com as forças a que ela está sujeita. Uma partícula pode agir sobre outra diretamente (choques) ou à distância (via forças elétricas ou gravitacionais, por exemplo). As partículas comportam-se, em muitas situações, como bolas de bilhar, que batem uma nas outras ou batem nas paredes. É por isso que Newton considerava que a luz era composta de partículas, partículas diferentes para cada cor.

Uma onda consiste na propagação de uma perturbação, é energia que se propaga porque, de alguma forma, uma parte do meio interage com a outra, puxando e empurrando (mesmo que à distância). Sabemos que lidamos com ondas quando observamos fenômenos de interferência e difração. É por isso que Huygens e Young consideravam a luz como sendo uma onda.

Por volta de 1905, eram fatos estabelecidos que a luz era uma onda, e que elétrons eram partículas.

(XXX) Durante o início do século passado, uma série de descobertas colocou em cheque essa divisão do mundo em partículas e ondas:

- se um feixe de elétrons passar por uma fenda suficientemente estreita, ocorre difração. Mesmo que o feixe de elétrons seja muito fraco, o padrão de elétrons que atinge o anteparo segue uma figura de difração.
- quando a luz incide sobre um metal, ela pode retirar elétrons do mesmo. Mas isso só ocorre se a frequência da luz for suficientemente alta. Se a frequência estiver abaixo de um certo limiar, os elétrons não ganham energia suficiente mesmo que o feixe de luz seja muito intenso.
- a radiação emitida por um corpo tem uma energia que não se distribui da maneira esperada com a frequência, segundo a física clássica;
- um átomo de hidrogênio interage com a luz apenas em certas frequências muito bem definidas.

(XXXI) A explicação para esses fenômenos só foi possível reformulando-se a noção que se tinha sobre os conceitos de ondas e partículas, dando origem à mecânica quântica. Hoje se sabe que o mundo atômico é regido por regras muito estranhas, que fogem ao senso comum.

(XXXII) A gravitação é o ramo da física que governa o grande, o comportamento das pedras, do homem, dos planetas, das estrelas, das galáxias. A mecânica quântica é o ramo da física que governa o pequeno, os átomos, os elétrons; ela também explica certos comportamentos das pedras (por exemplo, um cristal de silício comporta-se eletricamente de acordo com as regras da quântica). Sabe-se, no entanto, que a relatividade geral não é compatível com a mecânica quântica. Ainda não sabemos o que está faltando (essa é a procura mais preciosa da física atual, a teoria unificadora do Universo), mas continuamos a projetar computadores e viagens espaciais com sucesso; isto é, tanto a quântica de Bohr, Heisenberg e Schrödinger quanto a gravitação de Newton e Einstein funcionam, mas, estranhamente, não são compatíveis.

(XXXIII) A dualidade onda-partícula (relações de de Broglie)

Na física clássica, o estado de uma partícula é caracterizado pelos valores de sua energia  $E$  e de seu momento (quantidade de movimento)  $p$ . Uma partícula livre tem momento  $p = mv$  e energia  $E = \frac{1}{2}mv^2$  (portanto  $E = p^2/2m$ ). Uma onda senoidal simples é caracterizada pelos valores de sua frequência  $f$  e de seu comprimento de onda  $\lambda$ .

As relações de de Broglie estabelecem que valores específicos de  $E$  e  $p$  correspondem a valores específicos de  $f$  e  $\lambda$ , de acordo com

$$E = hf \quad p = h/\lambda$$

$$\text{onde } h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s (constante de Planck)}$$

Portanto, segundo a mecânica quântica, um valor específico de energia está associado a uma onda senoidal simples de frequência  $f$ . Essa onda, ao interagir com a matéria ou com outras ondas, comporta-se também como uma partícula de momento  $p$ .

Essa situação estranha pode ser compreendida se lembrarmos que, pelo senso comum, chamamos de “partícula” uma entidade que está localizada numa certa região do espaço. Podemos então imaginar uma partícula real como um “pacote de onda”, isto é, um pulso de onda que se move pelo espaço com uma certa velocidade (como um pulso numa mola). Mas um pulso de onda pode ser decomposto numa soma de ondas senoidais, englobando vários comprimentos de onda e várias frequências. Quando vemos uma partícula, estamos vendo uma onda na forma de um pacotinho. Pode-se provar matematicamente que, quanto menor a região  $\Delta x$  que o pacote de onda ocupa no espaço, maior será a quantidade  $\Delta \lambda$  de comprimentos de onda que o compõe (e, portanto, maior a incerteza no valor do momento  $p$ ). Por outro lado, para se medir a frequência de uma onda, deve-se observá-la durante um intervalo de tempo  $\Delta t$ , e só teremos certeza do valor da frequência se  $\Delta t \rightarrow \infty$  (onda senoidal). Pode-se provar que, quanto menor o valor de  $\Delta t$ , maior será a incerteza no valor da frequência  $e$ , portanto, da energia.

Esses fatos levam ao princípio da incerteza de Heisenberg :

$$(\Delta x)(\Delta p) \approx h \quad \text{e} \quad (\Delta t)(\Delta E) \approx h$$

Isso significa que é impossível acompanhar exatamente a posição e a velocidade de uma partícula, no sentido clássico. Isso não tem importância para partículas grandes, com massa grande, devido à pequenez da constante de Planck  $h$ , mas é uma incerteza enorme quando lidamos com partículas atômicas.

**Exercício 15:** A máxima resolução de um microscópio ótico depende de detalhes complicados do sistema de lentes, mas fica em torno de um terço do comprimento de onda da luz, e isso se traduz num aumento linear  $M \approx 0,03\text{cm}/\lambda$ . (supondo que o olho humano distingue dois pontos separados de, no máximo, 0,1mm)

(a) calcule, aproximadamente, o aumento máximo  $M$  considerando o centro do espectro ótico em  $500\text{nm}$ . *Resp.: 600 vezes (aumentos maiores em geral causam imagens borradas)*

(b) No microscópio eletrônico de transmissão (TEM) em Brookhaven, NY, elétrons são utilizados, em lugar da luz, para “enxergar” coisas muito pequenas. A energia do feixe de elétrons pode chegar a  $300\text{KeV}$  ( $1\text{eV} = 1,60 \times 10^{-19}\text{J}$ ). Calcule o aumento máximo  $M$  (supondo que podemos usar a mesma fórmula do microscópio ótico) desse TEM. (a página Web do Brookhaven informa que ele consegue visualizar objetos com  $0,1\text{nm}$  de diâmetro). Considere que a relação entre a energia  $E$  e o momento  $p$  dos elétrons é dada

$$\text{por } E = \frac{p^2}{2m}. \text{ A massa do elétron é } m = 9,11 \times 10^{-31}\text{kg}.$$

*Resp.:  $\approx 140$  milhões de vezes*

(XXXIV) Um feixe de luz com frequência  $f$  e comprimento de onda  $\lambda$  também se comporta como um feixe de partículas, os fótons. Cada fóton é uma entidade indivisível que carrega uma energia  $E = hf$  e momento  $p = h/\lambda$ . A existência dos fótons foi pela primeira vez proposta por Einstein para explicar os resultados do efeito fotoelétrico (Einstein, no entanto, era radicalmente contra as hipóteses da mecânica quântica).

No efeito fotoelétrico, incide-se luz sobre uma lâmina de metal e observa-se que elétrons são arrancados do mesmo. Verifica-se que há uma frequência mínima  $f_0$  da luz que consegue arrancar elétrons do metal dessa maneira. Se  $f < f_0$ , não se detecta elétron algum emitido do metal, por mais intenso que seja o feixe de luz. A partir de  $f_0$ , algum elétron é arrancado do metal, mesmo que o feixe de luz seja muito fraco. Essas observações são inexplicáveis se supomos que a luz é uma onda, mas é natural se considerarmos a luz como composta de fótons indivisíveis de energia  $E = hf$ , e que os elétrons podem receber energia apenas em quantidades maiores ou iguais a um limiar  $\phi$  (chamado de *função de trabalho* do metal).

**Exercício 16:** Qual o comprimento de onda máximo da luz capaz de causar o efeito fotoelétrico em uma superfície limpa de sódio, cuja função de trabalho é 2,46eV? Em que região do espectro cai essa radiação?

Resp.: 505 nm, correspondendo à luz verde

(XXXV) O fato de que um átomo de hidrogênio só absorve luz de comprimentos de onda específicos foi pela primeira vez explicado por Bohr em 1913. Ele sugeriu que o estado do elétron ao redor do núcleo é semelhante a uma onda estacionária, e portanto deve conter um número adequado de comprimentos de onda: o elétron estabiliza em órbitas cujos raios  $R$  satisfaçam  $2\pi R = n\lambda$ , para  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Cada uma dessas órbitas corresponde a um valor bem definido de energia, e o elétron só consegue receber ou emitir fótons de luz quando a energia dos fótons for exatamente a quantidade necessária para essa mudança de órbita.

A mecânica quântica moderna utiliza equações mais precisas (e bem mais complicadas) para calcular os estados estacionários, mas no caso do átomo de hidrogênio os resultados principais são os mesmos de Bohr.

Os raios das órbitas são dados por  $R_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$

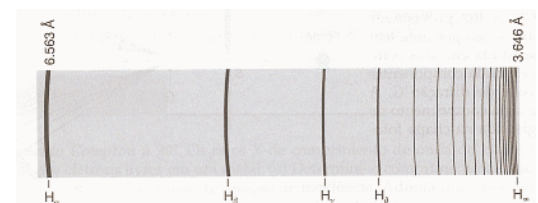
A energia do elétron em cada órbita é  $E_n = -\frac{m e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$

$\epsilon_0$  é a permissividade elétrica do vácuo =  $8,85 \times 10^{-12}$  F/m  
 $e = 1,60 \times 10^{-19}$  C é a carga elementar

A órbita mais interna é chamada de raio de Bohr, e vale  $a_0 = R_1 = 0,053 \text{ nm} = 0,53 \text{ \AA}$ , e corresponde a uma energia  $E_1 = -13,6 \text{ eV}$ . Esse valor de energia é exatamente o valor observado da energia dos fótons que ionizam o átomo de H. (são fótons de luz ultravioleta)

O número  $n$  é chamado de número quântico principal. O espectro do átomo de hidrogênio (isto é, os comprimentos de onda de luz que são absorvidos ou emitidos pelo átomo) é obtido calculando-se as frequências  $f$  dos fótons que satisfazem  $hf = |E_n - E_m|$ . Os resultados explicam as linhas observadas, e a mecânica quântica moderna é capaz de calcular refinamentos que levam em conta campos magnéticos e elétricos externos, a interação dos momentos magnéticos entre o elétron e o núcleo, efeitos relativísticos, etc., e todos os resultados estão de acordo com o observado.

**Exercício 17:** As linhas espectrais do átomo de hidrogênio dividem-se em séries, a mais famosa das quais chama-se série de Balmer, e algumas linhas caem no espectro visível. Essas linhas correspondem a transições do elétron entre os níveis com números quânticos 2 e 3, 2 e 4, 2 e 5, etc. Calcule a energia dos fótons e os comprimentos de onda das cinco primeiras linhas que aparecem à esquerda na figura ao lado. Quais delas estão na região visível (entre  $7800 \text{ \AA}$  e  $3900 \text{ \AA}$ ) ?



Keller, F.J, Gdtys, W.E e Skove, M.J. *Física* Vol 2, Makron, 1999.

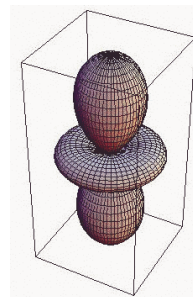
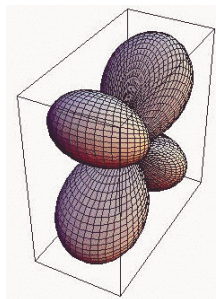
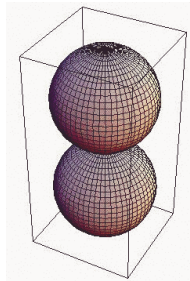
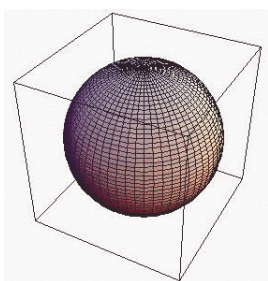
Res.: 1,9eV (vermelho) ; 2,6eV (azul) ; 2,9eV (violeta) ; 3,0eV (violeta) ; 3,1eV (violeta)

(XXXVI) A mecânica quântica explica que, na natureza, as partículas que se encontram confinadas em uma região do espaço (como um elétron preso ao núcleo, num átomo) tem energia quantizada, isto é, elas só podem trocar valores bem específicos de energia. O estado de um sistema, nesse caso, pode ser etiquetado usando números inteiros, chamados de números quânticos. Essa quantização, em linguagem simples, decorre do fato de que as partículas comportam-se como ondas e, quando estão confinadas, essas ondas são estacionárias (como a vibração de uma corda de violão). Um exemplo importante são os estados quânticos dos elétrons numa rede cristalina (como o silício), cujas propriedades tornaram possível a invenção dos transistores e de toda uma física de estado sólido que foi responsável pela revolução recente na eletrônica.

A quântica também estabelece que todo tipo de onda, ao interagir com a matéria ou com uma outra onda, troca energia somente em valores bem específicos, como se fossem constituídas de partículas indivisíveis (ondas de luz são compostas de fótons e ondas mecânicas de fônons).

(XXXVII) Mas afinal, se uma partícula comporta-se como uma onda, que tipo de onda isso é? No caso dos fótons (que, sabe-se, tem massa zero), trata-se de uma onda eletromagnética. No caso de partículas como o elétron, que tem massa diferente de zero, de que onda estamos falando?

A interpretação mais aceita é de que a mecânica quântica calcula distribuições de probabilidade, ondas de probabilidade, de modo que o valor local da onda está relacionado com a probabilidade de que a partícula seja detectada nesse local. Essas ondas de probabilidade são tridimensionais e tem valores complexos (não podem ser calculadas apenas com números reais). A figura abaixo dá uma idéia da função de onda que descreve a probabilidade de que um elétron seja encontrado numa certa região ao redor do núcleo, no átomo de hidrogênio, em alguns dos possíveis estados quânticos que se pode calcular com a mecânica quântica.



<http://ch.eduhi.at/orbital.htm>

## REFERENCIAS

1. Ramalho, F.R.J.; Ferraro, N.G. e Soares, T.P.A. *Os Fundamentos da Física, Vol.3*, Editora Moderna, 1993.
2. Alonso, M. e Finn, E.J. *Física, Vol II*, Edgard Blücher, 1972.
3. Keller, F.J; Gettys, W.E e Skove, M.J. *Física, Vol 2*, Makron, 1999.
4. Purcell, E.M. *Electricity and Magnetism (Berkeley Physics Course, Vol.2)*, McGraw-Hill, 1965.
5. <http://www.uvi.edu/Physics/SC13xxWeb/Electrical/ElectricalSystems.html>
6. [http://www.physics.sjsu.edu/becker/physics51/mag\\_field.htm](http://www.physics.sjsu.edu/becker/physics51/mag_field.htm)
7. Bryson, B. *Breve história de quase tudo*, Cia. da Letras, 2005
8. <http://ch.eduhi.at/orbital.htm>

cores, comprimentos de onda e energia dos fótons

violeta	3900 a 4550 Å	3,2 a 2,7eV
azul	4550 a 4920 Å	2,7 a 2,5eV
verde	4920 a 5770 Å	2,5 a 2,2eV
amarelo	5770 a 5970 Å	2,2 a 2,1eV
laranja	5970 a 6220 Å	2,1 a 2,0eV
vermelho	6220 a 7800 Å	2,0 a 1,6eV

© 2006-11 Mauricio Fabbr  
MCT/INPE: <http://www.las.inpe.br/~fabbr>  
Universidade São Francisco - USF  
Itatiba/Campinas - <http://www.saofrancisco.edu.br>  
São Paulo - Brazil  
Permitido uso livre para fins educacionais,  
sem ônus, desde que seja citada a fonte.