FENOMENOS DE TRANSPORTE

2º Semestre de 2012

Prof. Maurício Fabbri

1ª SÉRIE DE EXERCÍCIOS

Raciocínio, organização e exercícios básicos – proporcionalidade e "regras de três"
Energia e potência. Calor e temperatura. Calor específico. Conservação da Energia (1ª lei).
Condutividade térmica e condução de calor

1. "Regra de três", proporcionalidade, similaridade

Acostume-se a tratar problemas que envolvem proporcionalidade usando frações. Escreva diretamente a conta a fazer, evitando o procedimento "infantil" de "montar a regra de três".

Por exemplo, considere o probleminha abaixo:

– Se for preciso 19,4KJ de energia para derreter 110g de cobre, quanta energia é necessária para derreter 250g?

O raciocínio mais útil é o seguinte: basta calcular quanto a mais de cobre temos. Para isso, basta dividir 250 por 110. Supondo que as coisas sejam proporcionais, essa também será a quantidade a mais de energia que precisaremos. Portanto, basta multiplicar isso por 19,4:

$$\frac{250}{110}\times 19{,}4 = 44{,}1\text{kJ}$$

Outro exemplo:

– Dezenove litros de óleo pesam 18,1kg. Quanto litro dará para encher com 73kg de óleo?

Resposta: $\frac{73}{18{,}1}\times 19 = 76{,}6$ litros

Cuidado para fazer a proporção com a quantidade correta. Por exemplo, no problema abaixo a quantidade de palmeiras é proporcional à área do terreno. A área, por sua vez, é proporcional ao quadrado do diâmetro.

– Numa praça circular com diâmetro de 20m, pode-se plantar 40 palmeiras. Quantas palmeiras poderíamos plantar numa praça de diâmetro 35m?

Resposta: $\frac{35^2}{20^2}\times 40 \cong 122$ palmeiras

Problemas mais complicados podem ser resolvidos rapidamente desse modo. Supondo que as quantidades são proporcionais, basta multiplicar as coisas pelas frações adequadas.

– Se oito pedreiros levantam cinco casas em sete meses, quantos pedreiros serão necessários para levantar oito casas em seis meses?

Observe que, quanto mais pedreiros, menor o tempo.
Supondo que as coisas sejam proporcionais (nem sempre é...), a resposta será

$$\frac{8}{5}\frac{7}{6}\times 8 \cong 15 \text{ pedreiros}$$

Exercício 1: Precisamos de 31,4kJ de energia para aquecer meio litro de água de 20ºC a 35ºC. Quanta energia será necessária para aquecer três litros de água de 15ºC a 70ºC? *Resposta: 691kJ*

Exercício 2: Um pêndulo de 1,5m de comprimento leva 2,5 segundos para completar uma oscilação. Qual será o período de um pêndulo de 2,5m? Sabe-se que o período do pêndulo é proporcional à raiz quadrada do seu comprimento. *Resposta: 3,2s*

COMPRIMENTOS, SUPERFICIES, VOLUMES

Muitos processos físicos dependem de volumes, áreas ou dimensões lineares.

A figura ao lado mostra dois objetos semelhantes, idênticos a menos do tamanho.

Seja L um comprimento qualquer do objeto (a altura do vaso, por exemplo).
Seja S a área de uma parte do objeto (a área da boca do vaso, por exemplo).
Seja V o volume de uma parte do objeto (o volume interior do vaso, por exemplo).

Se a relação entre os comprimentos correspondentes dos objetos semelhantes é α, isto é:

$L_2 = \alpha \times L_1$

então a relação entre superfícies e volumes correspondentes será

$S_2 = \alpha^2 \times S_1$
$V_2 = \alpha^3 \times V_1$

Por exemplo, se o vaso maior tiver o dobro da altura do menor, então o maior vai ter quatro vezes mais superfície e oito vezes mais volume.

Exercício 3: Um cubo de alumínio de lado 20cm pesa 21,6kg. Quanto vai pesar um cubo de alumínio de lado 50cm? *Resposta: 338kg*

Exercício 4: Uma exigência comum para construções civis é a de que a área da janela seja no mínimo 1/6 da área total do cômodo(‡). Considere duas salas cujas medidas (comprimento, largura e altura) tenham as mesmas proporções(†), e que o interior da sala maior tenha o dobro do volume do interior da sala menor.

(a) Se a sala menor tivesse um piso de 3,5×2,4m, quais seriam as dimensões do piso da sala maior?
(b) Se a sala menor necessitasse uma janela de pelo menos 2,3m^2 de área, qual deveria ser a área mínima da janela para a sala maior?
(c) Considere agora que a sala maior e a menor tenham comprimento e largura na mesma proporção, mas mantenham o mesmo pé direito. Quais seriam as respostas aos itens (a) e (b)?

(‡) *entende-se por "área total do cômodo" a área do piso*
(†) *essas salas devem pertencer a diferentes construções, porque não tem o mesmo pé direito (altura)*

Respostas: (a) 4,4×3,0m (b) 3,7m^2 (c) 4,9×3,4m e 4,6m^2

Exercício 5: Um gabinete de computador mede 41,4cm de altura por 19,1cm de largura e 40,6cm de profundidade. Ele tem aberturas de 10×10cm para instalação de ventiladores. Note que a ventilação consiste de ar passando por uma superfície através da parede, que deve resfriar o volume interior do gabinete. Seguindo essa lógica, quais deveriam ser a medidas das aberturas de ventilação se o case medisse 60,4×23,2×48,7cm? *Resposta: 14,6×14,6cm*

Exercício 6: A área da pele de uma pessoa de 1m80cm de altura é cerca de $1{,}7m^2$, e ela pesa 75kg. Qual deve ser a área da pele e o peso de uma pessoa parecida, mas com 1m60cm de altura?

Resposta: $1{,}3m^2$ e 53kg

Exercício 7: A energia que um painel solar recebe do Sol é proporcional à sua área e ao tempo de exposição. A energia que chega do Sol no painel é inversamente proporcional ao quadrado da distância do painel ao Sol. Suponha que um painel solar de $1{,}5m^2$ sobre a Terra receba em média 200kJ de energia por minuto de exposição. Qual a energia média que um painel de $3{,}5m^2$ vai receber por hora, em Marte? (A Terra está a 150 milhões de quilômetros do Sol, enquanto que Marte está a 230 milhões de quilômetros do Sol). Desconsidere a influência das atmosferas dos planetas.

Resposta: 11,9MJ

2. Calor específico. Energia térmica. Potência.

Vamos rever uma das propriedades térmicas importantes dos materiais: o calor específico. Ele mede a dificuldade de se aquecer uma substância: quanto maior o calor específico, mais "difícil" será aquecê-la. *"Mais difícil"* significa que será necessário gastar mais energia.

Claro que a quantidade de energia gasta para aquecer uma substância é tanto maior quanto mais quantidade dela desejarmos aquecer, e tanto maior quanto mais se deseja aumentar a temperatura.

Supondo que possamos usar uma "regra de três" simples, isto é, que as coisas sejam proporcionais, para aquecer 2 kg de água gastamos o dobro do que para aquecer 1 kg. Também gastamos o dobro de energia para aquecer o mesmo tanto de 10^oC a 20^oC do que de 10^oC para 15^oC (observe que o que interessa é a variação da temperatura). Essa proporcionalidade corresponde razoavelmente bem ao que é medido na prática: as coisas são proporcionais contanto que a variação de temperatura não seja muito grande – "*muito grande"* aqui depende da substância da qual se está falando (procure na Internet algumas curvas de aquecimento de substâncias comuns, tais como a água ou o cobre).

Lembre-se de que a unidade de energia no Sistema Internacional (SI) é o Joule (J).

Uma unidade muito usada de energia é a Caloria (cal), que é igual a 4,18 Joules: 1cal = 4,18J

(OBS.: A caloria nutricional, aquela que é informada nas embalagens dos alimentos, corresponde a 1Kcal = 1000 calorias mecânicas = 4180 Joules).

DEFINIÇÃO:

No SI, o calor específico c é a energia necessária para se elevar de 1^oC a temperatura de 1Kg da substância; é medido em $J/(kg.^oC)$.

O caso mais famoso é o da água:

O calor específico da água é $1cal/(g.^oC) = 1Kcal/(kg.^oC) = 4{,}18J/(g.^oC) = 4{,}18KJ/(kg.^oC)$.

Isso significa que é preciso 4,18 Joules de energia para aquecer um grama de água de 1^oC.

Portanto, serão gastos 20,9 quilo joules para aquecer meio litro de água de 20^oC para 30^oC (confira a conta - lembre-se de que 1 litro de água pesa exatamente 1kg).

A água é uma das substâncias com maior calor específico que se conhece – veja a tabela anexa. Nessa tabela, a variação de temperatura está em graus absolutos (Kelvin). Como a diferença entre graus Celsius e graus Kelvin é apenas uma diferença constante (K = C + 273,16), uma variação de 1^oC é exatamente igual a uma variação de 1K.

Agora tente resolver os probleminhas abaixo. Não é necessário consultar nenhum livro nem a Internet. É importante que voce pense sobre eles, tente esquematizar seu raciocínio e encontrar o jeito correto de chegar à resposta por voce mesmo. Consulte apenas a tabela de calor específico. Releia o texto acima quantas vezes forem necessárias.

Ah, sim, é bom desde já lembrar (e decorar!) as medidas mais comuns de volume, para não se enroscar em mudanças de unidade:

- A unidade do fabricante de caixas de água:
  um metro cúbico (uma caixa de 1m×1m×1m) contém mil litros: $1m^3 = 1000\ell$
  Um metro cúbico de água pesa uma tonelada.
- A unidade da enfermeira, para aplicar injeções:
  um centímetro cúbico (uma caixinha de 1cm×1cm×1cm) contém um milésimo de um litro: $1cm^3 = 1m\ell$
  Um mililitro de água pesa um grama.
- A unidade do pinguço: um litro corresponde a um volume de $1000cm^3 = 1000m\ell$
  Um litro de água pesa um quilo.

Tabela de calor específico a pressão constante

	c_P [J/gm K]	Molar C_P J/mol K
Ar (típico)	1,0035	29,07
Hidrogênio	14,3	28,8
Nitrogênio	1,040	29,1
Oxigênio	0,918	29,4
asfalto	0,92	...
Aço	0,450	25,1
areia de construção	0,835	...
Aluminio	0.897	24.2
Diamante	0,509	6,12
Grafite	0,710	8,53
Cobre	0.385	24.5
Ouro	0.129	25.4
Chumbo	0.128	26.4
concreto	0,88	...
granito	0,79	
Prata	0.233	24.9
tijolo	0,84	...
Tungstenio	0.134	24.8
terra (típico)	0,80	...
Zinco	0.387	25.2
Mercurio	0.140	28.0
madeira (típico)	0,42	...
Alcool etilico	2.44	112
água (25°C)	4.181	75.3
água (100°C) vapor	2,08	37,5
gêlo (0°C)	2,11	38,1
Granito	.790	...
Vidro pyrex	.753	...

<u>DICA</u>: Enquanto voce estuda, faça desenhos, esquemas à mão livre, e imagine figuras. Não se limite às linhas frias do texto escrito – voce deve animar o texto na sua memória. Se voce não faz isso, as coisas ficam sem significado.

<u>Exercício 8</u>: Quanta energia é necessária para aquecer um tijolo de meio quilo de 15^oC a 35^oC?

Resposta: 8,4kJ

<u>Potência</u> é a rapidez com que se consome (ou se fornece) energia, e é medida em Watts (W) no SI. 1W de potência significa que 1J de energia foi trocado em 1 segundo : $1W = \frac{1J}{1s}$. Joule por segundo é igual a Watt. Uma usina hidrelétrica de 100MW é capaz de fornecer uma energia de cem milhões de Joules a cada segundo. Uma lâmpada de 100W consome 100 Joules a cada segundo.

Uma unidade de energia muito usada na prática é o kWh (quilowatt-hora), que é a quantidade de energia gasta por um aparelho de 1kW ligado por uma hora. Assim, se seu chuveiro tem 5600W e voce toma um banho de meia hora, voce gasta 2,8 kWh de energia. A conta de energia elétrica é especificada segundo a quantidade de energia, em kWh, que voce gastou.

<u>Exercício 9</u>: Quanto uma família de cinco pessoas vai pagar pelos banhos, por mês, supondo que cada pessoa toma um banho diário de quinze minutos usando uma ducha de 7500W? Suponha que o preço do quilowatt hora é R$ 0,38.

Resposta: R$ 107,00

<u>Exercício 10</u>: Qual a potência de um chuveiro com vazão de cinco litros por minuto, aquecendo a água de 15^oC a 42^oC?

Resposta: 9,4kW

<u>Exercício 11</u>: Se, numa garrafa térmica contendo um quarto de litro de água a 20^oC, colocamos vinte bolinhas de metal (de 30g cada uma) aquecidas a 90^oC, a temperatura final da água na garrafa é de 27^oC. Qual o calor específico do metal?

Resposta: 0,19J/(g.K)

3. Condução de calor em uma dimensão – regime estacionário

(I) O calor pode ser transportado por três processos distintos:

- na condução, a energia térmica flui dentro do material (que permanece estático), de um ponto mais quente para um ponto mais frio;
- na convecção, o calor é transportado quando há fluxo de material: em líquidos e gases, a diferença de temperatura provoca uma mudança na densidade, e o material mais leve tende a subir;
- na radiação, o calor é transportado através de uma onda eletromagnética (como o calor que chega do Sol, ou o aquecimento em um forno de microondas)

(II) A condução de calor é provocada por uma diferença de temperatura, e precisa de um meio material para ocorrer. A lei de Fourier estabelece que o fluxo de calor é proporcional ao gradiente de temperatura, ou seja, que o fluxo térmico é proporcional à taxa com que a temperatura varia entre pontos vizinhos:

$$\Phi = -K\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Tabela de condutividades térmicas

	Condutividade térmica W/(m.K)
prata	429
cobre	401
chumbo	353
ouro	318
alumínio	237
aço	46
concreto	0,19 a 1,3
vidro	0,7 a 0,9
água (27°C)	0,609
gelo	0,592
ar (27°C)	0,026

Nessa equação, energia térmica é conduzida na direção x.

ΔT é a diferença de temperatura entre dois pontos vizinhos que estão à distância Δx um do outro.

K é a condutividade térmica do material onde ocorre a condução.

O fluxo Φ é a quantidade de energia por tempo que atravessa uma área colocada transversalmente ao fluxo de calor, por tempo e por área.

O sinal de Φ indica o sentido do fluxo:

$\Phi > 0$ é na direção e sentido de x.
$\Phi < 0$ é no sentido contrário de x

Em unidades SI, o fluxo se mede em $J/(s.m^2) = W/m^2$ (Watts por metro quadrado), e a condutividade térmica K em W/(m.K)

NOTE que o sinal negativo indica que o fluxo de calor é na direção oposta ao aumento de temperatura (do mais quente para o mais frio).

(III) Tomando dois pontos bem próximos (fazendo $\Delta x \to 0$) a lei de Fourier estabelece que a relação entre o fluxo e a temperatura, em cada ponto do material, deve satisfazer

$$\Phi = -K\frac{\partial T}{\partial x}$$

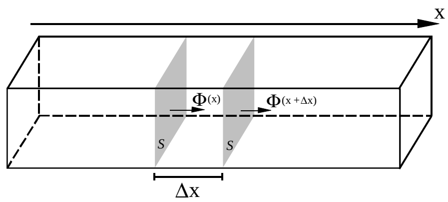
A derivada parcial é usada porque, no caso geral, a temperatura varia com a posição x e com o tempo t, isto é, T = T(x,t). A equação acima diz que o fluxo de calor, em cada instante, é proporcional ao gradiente (derivada espacial) da temperatura.

(IV) Dizemos que o processo de condução está em *regime estacionário* quando a temperatura em cada ponto do material não varia com o tempo (permanece constante).

NOTE que, se o material está em regime estacionário, então:

- ou ele não troca energia térmica com o ambiente (está isolado termicamente), ou
- em cada intervalo de tempo Δt, a energia térmica que ele recebe é exatamente igual à energia térmica retirada dele.

Considere uma barra de material com seção transversal constante de área S. Tomando um pequeno trecho da barra de comprimento Δx, a energia térmica que entra pela parede esquerda durante o intervalo de tempo Δt é dada por $[\Phi(x).S.\Delta t]$. A energia térmica que sai pela parede da direita é $[\Phi(x+\Delta x).S.\Delta t]$. Se a temperatura em cada ponto da barra não varia, devemos ter $\Phi(x).S.\Delta t = \Phi(x+\Delta x).S.\Delta t$, e portanto $\Phi(x) = \Phi(x+\Delta x)$; ou seja, o fluxo deve ser constante por toda a barra. Se substituirmos a lei de Fourier nessa condição, teremos (lembrando que estamos interessados no limite $\Delta x \to 0$):



$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x} = \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x+\Delta x} \Rightarrow \frac{\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x+\Delta x} - \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x}}{\Delta x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

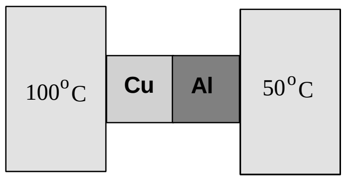
Dizemos que a distribuição de temperatura em regime estacionário satisfaz a <u>*equação de Laplace*</u> $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$.

Observe que cuidamos apenas do caso de um material homogêneo e da condução na direção x. Veremos mais adiante casos mais complicados onde a condutividade térmica do material varia com a posição, ou a condução se dá também em outras direções.

<u>Exercício 12</u>. Mostre que, se as extremidades de uma barra homogênea de comprimento L são mantidas às temperaturas T_1 e T_2, então, quando o equilíbrio térmico for atingido, a distribuição de temperaturas na barra será linear, dada por $T(x) = (T_2-T_1)x/L+T_1$. *(supondo que não ocorre troca de calor pelas paredes laterais)*

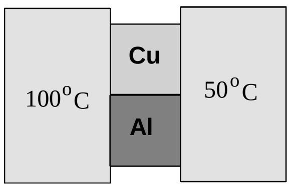
<u>Exercício 13</u>. Qual a potência térmica transmitida por uma barra de cobre de comprimento 20cm e área de seção transversal $4cm^2$, quando conectada a dois reservatórios de calor, de modo que a extremidade fria é mantida a 20^oC e a extremidade quente a 100^oC? Suponha que o fluxo de calor ocorra somente ao longo da barra, sem dissipação lateral. *(dois significativos)* *Resp.: 64W*

<u>Exercício 14</u>. Projete os comprimentos das barras de cobre e alumínio de modo que a temperatura na interface de contato entre as mesmas seja 70°C, e que a potência térmica transmitida entre as fontes quente e fria seja 80 Watts. As barras têm área de seção transversal retangular de 2cm $\times$ 3cm.
Resp.: 9,0cm (Cu) e 3,6cm (Al)



<u>Exercício 15</u>. Se, no exercício anterior, os comprimentos das barras forem iguais, cada uma com 4.0cm, qual será a potência térmica pelas mesmas? Qual a temperatura na interface entre as barras? *(três significativos)* *Resp.: 112W ; 81,4°C*

<u>Exercício 16</u>. As mesmas barras do exercício anterior estão agora dispostas conforme a figura ao lado. Calcule (a) a corrente térmica total entre os dois reservatórios (b) a condutividade térmica equivalente das duas barras. Suponha que as barras estejam isoladas uma da outra, ou seja, que não haja fluxo de calor entre elas. *Resp.: 479W ; 638W/(m.K)*

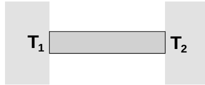


<u>Exercício 17</u>. *(Tipler)* Um iglu hemisférico, feito de neve compactada, tem o raio interno de 2m. Deseja-se manter a temperatura interna do iglu em 20°C, quando a temperatura externa for -20°C. O calor gerado pelos habitantes do iglu é 38 Megajoules por dia. Qual deve ser a espessura das paredes do iglu? A condutividade térmica da neve compactada é 0,209 W/m.K. Como aproximação, admitir que a área superficial interna do iglu seja igual à área superficial externa. *(dois significativos)*
Resp.: 48cm

<u>Exercício 18</u>. *(Tipler)* Uma panela com fundo de cobre, com 0,8 litros de água em ebulição, seca em 10min. Com a hipótese de que todo o calor passa somente através do fundo plano de cobre, cujo diâmetro é 15cm e espessura 3,0mm, calcular a temperatura da face externa do fundo enquanto ainda existir água recobrindo a face interna. *Resp.: 101,3°C*

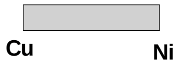
Voce vai precisar de seus conhecimentos de cálculo para resolver os exercícios abaixo.

Exercício 19. Considere uma barra homogênea feita de material com calor específico *c*, densidade ρ, área de seção transversal S e comprimento L. Inicialmente, toda a barra está a uma temperatura T_0. Quando usamos essa barra como trocadora de calor entre dois reservatórios às temperaturas T_1 e T_2, no equilíbrio a distribuição de temperaturas será linear, dada por $T(x) = (T_2 - T_1)x/L + T_1$. Obtenha uma fórmula para calcular a energia térmica que foi armazenada na barra, após o equilíbrio térmico ter sido atingido.



Resp.: $E = \rho\, S\, c\, (T_1 + T_2 - 2T_0)\, L/2$

Exercício 20. Uma barra de comprimento L é feita de uma mistura de cobre e níquel, mas a composição não é homogênea. A extremidade esquerda é de cobre puro, enquanto que a extremidade direita é níquel puro. Suponhamos que a composição ao longo da barra varie linearmente, e que o calor específico do material em um ponto x seja dado por $c = \frac{x}{L}c_{Ni} + \frac{L-x}{L}c_{Cu}$. O calor especifico do cobre é c_{Cu} = 0,49 kJ/kgK e o do níquel c_{Ni} = 0,65 kJ/kgK.



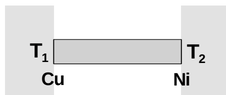
A densidade também varia; vamos supor que, em cada ponto, a densidade seja $\rho = \frac{x}{L}\rho_{Ni} + \frac{L-x}{L}\rho_{Cu}$.

Os valores tabelados são ρ_{Cu} = 8,4 kg/m^3 e ρ_{Ni} = 8,9 kg/m^3. A barra tem 30cm de comprimento e 1,5cm de diâmetro. Calcule a energia térmica necessária para aquecer essa barra de 20ºC a 180ºC.

Resp.: E = 35,5J

No exercício abaixo, voce deve resolver a equação $\frac{d}{dx}\left(K\frac{dT}{dx}\right) = 0$. Note que isto implica em que $K\frac{dT}{dx} = A$ (constante). Portanto, $\frac{dT}{dx} = \frac{A}{K}$. T(x) será a primitiva da função $\frac{A}{K(x)}$.

Exercício 21. Suponhamos que a condutividade térmica ao longo da barra do exercício anterior varie de acordo com $K = \frac{x}{L}K_{Ni} + \frac{L-x}{L}K_{Cu}$. Qual será a distribuição de temperatura ao longo dessa barra, no equilíbrio, quando for usada como trocadora de calor entre dois reservatórios às temperaturas T_1 e T_2?



Resp.: $T(x) = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{\ln(K_{Ni}/K_{Cu})}\ln\left[\left(\frac{K_{Ni}}{K_{Cu}} - 1\right)\frac{x}{L} + 1\right]$