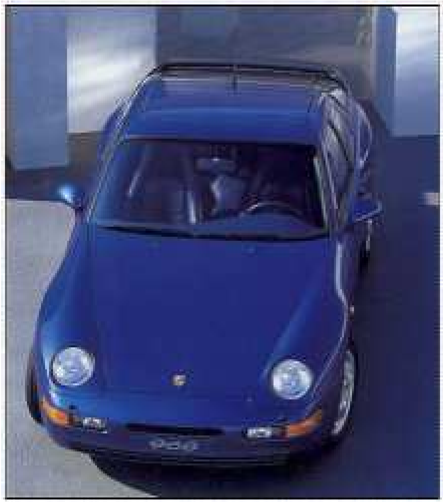
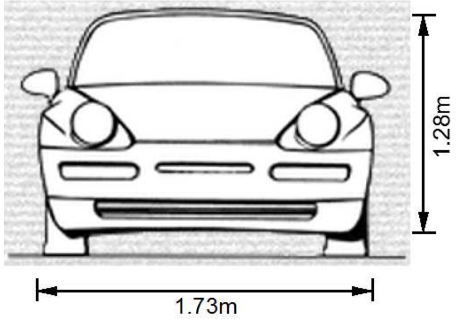
ESTUDANDO A CURVA DE ACELERAÇÃO DO PORSCHE 968

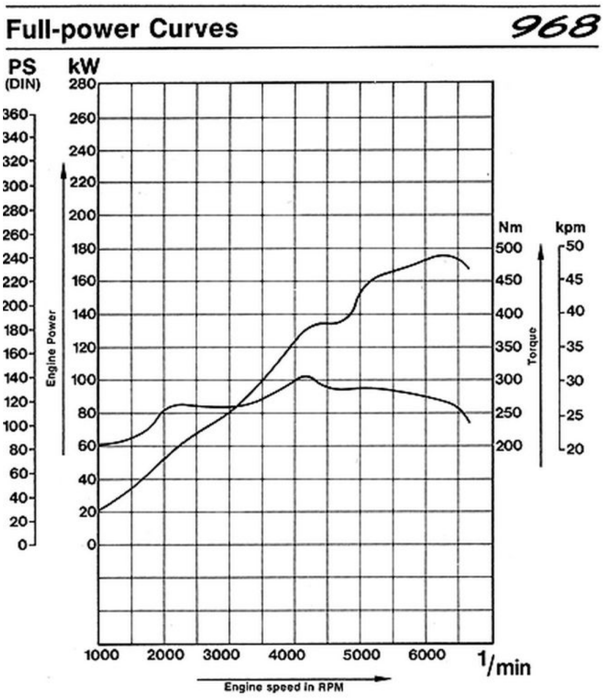
(para alunos ingressantes no curso de engenharia)

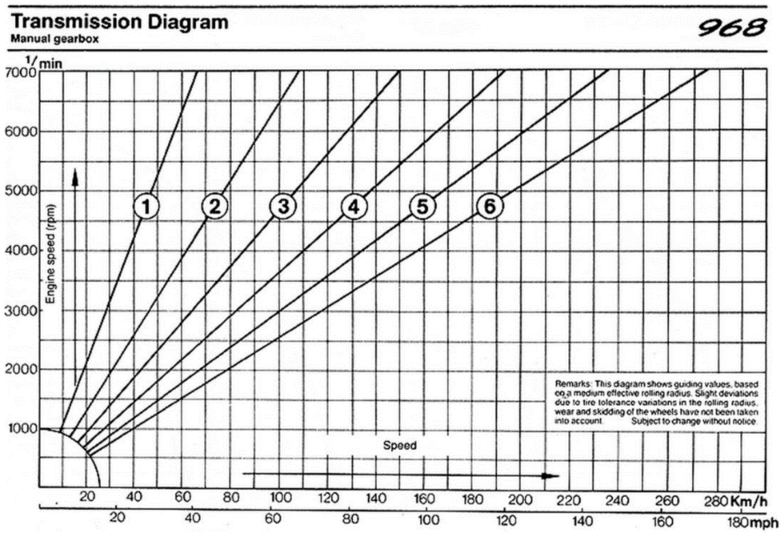


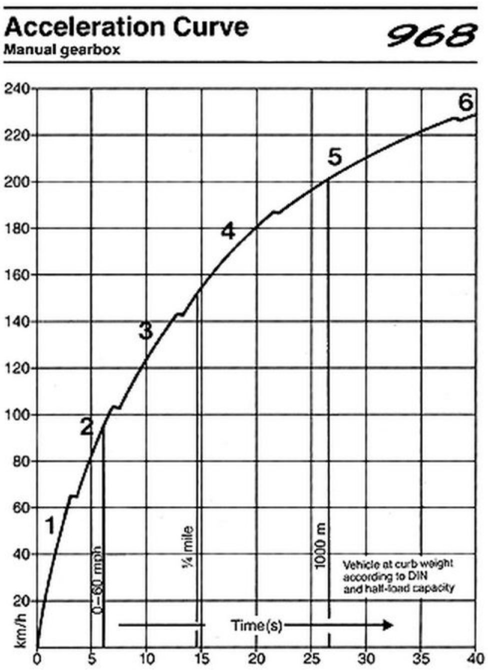
Potência: 240 DIN @ 6200rpm ≅ 176kW

Peso: 3086lbs ≅ 1400kg







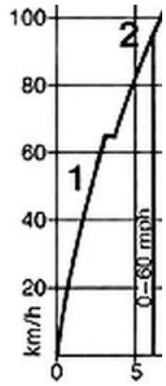


FONTES:
http://www.porsche968uk.co.uk/Porsche-968-Technical.htm
http://www.studiodual.com/968/968.html

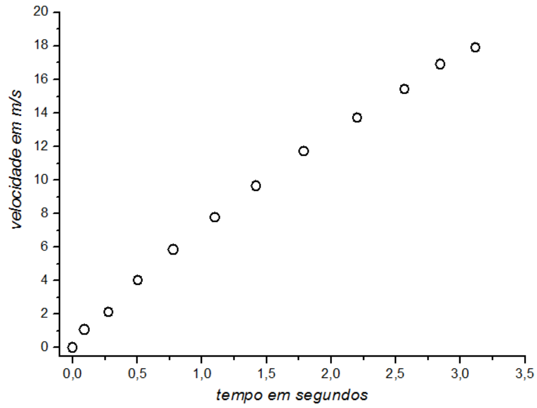
TRECHO INICIAL (1ª marcha): 0 a 64,4km/h (17,9m/s)

Detalhe da curva de aceleração:

original



digitalizado



Dados digitalizados

t (s)	v (m/s)
0	0
0,092	1,06
0,28	2,13
0,50	4,02
0,78	5,85
1,10	7,74
1,42	9,63
1,79	11,70
2,20	13,71
2,57	15,43
2,84	16,90
3,12	17,91

Para digitalizar, utilize, por ex., o engauge, na versão com patch de Jeff Baylor: http://bconverged.com/download.php#engauge
(http://bconverged.com/data/content/bConverged_5.1.003_Engauge.exe)

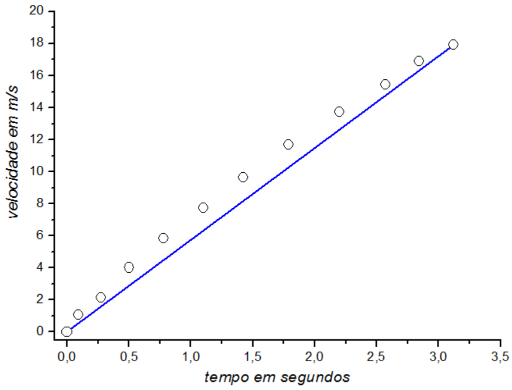
ESTIMATIVA DAS PERDAS (resistência de rolamento e aerodinâmica)

Seguindo Doug Macmillan (http://www.hondata.com/cars/crx/techart.html), a perda de potência devido à resistência de rolamento deve ser bem menor que 6kW. A perda aerodinâmica pode ser estimada como:

$P_{ar} = \dfrac{0{,}31v^3A}{76716}$, em kW, onde a velocidade v é dada em km/h e a área frontal A em m². À velocidade de 64,4km/h e com área frontal de 1,73m×1,28m, teremos $P_{ar} \cong$ 2,4kW. Portanto, na faixa de 0 a 64,4 km/h, essa perda também pode ser desprezada.

MODELO 1: VELOCIDADE LINEAR

O comportamento da velocidade no trecho da 1ª marcha parece ter apenas um leve desvio de linearidade. Tentemos então fazer uma estimativa de potência supondo que $v(t) \cong 5{,}74t$, conforme o gráfico ao lado.



A energia cinética adquirida pelo automóvel é $E = \frac{1}{2}mv^2$. Em um intervalo de tempo Δt, a velocidade do carro aumenta de Δv e a energia de ΔE, de modo que

$$E + \Delta E = \frac{1}{2}m\left(v + \Delta v\right)^2 = \frac{1}{2}m\left(v^2 + 2v\Delta v + \left(\Delta v\right)^2\right)$$

Se considerarmos pequenos intervalos de tempo ($\Delta t \cong 0$), teremos então $\Delta E \cong mv\Delta v$, e assim a potência será

$$p \cong \frac{\Delta E}{\Delta t} \cong mv\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Sendo $v(t) \cong 5{,}74t$, temos $p \cong 5{,}74mv$. Note que esse resultado é exato no limite $\Delta t \to 0$.

OBS1: Esse resultado pode ser imediatamente obtido usando o cálculo diferencial – disciplina do segundo semestre.

OBS2: O resultado expressa o famoso resultado de que a potência transmitida por uma força resultante constante é igual ao produto da força pela velocidade (lembrando que a força resultante é igual ao produto da massa pela aceleração).

Portanto, nesse modelo linear, a potência é zero no início ($v=0$) e atinge 5,74×1400×17,9 = 144kW a 64,4km/h.

Ora, de acordo com o diagrama de transmissão, o giro do motor está acima de 6000rpm na 1a marcha a 64,4km/h, e de acordo com a curva de máxima potência, o motor está desenvolvendo perto de 170kW. Além disso, no início do movimento, no arranque a partir do repouso, com giro de 1000rpm o motor já poderia desenvolver uns 20kW.

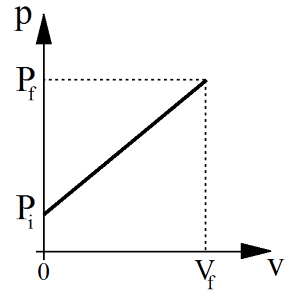
Vamos então melhorar o modelo tentando explicar o desvio de linearidade observado na curva de aceleração levando em conta o comportamento do motor segundo as curvas fornecidas pelo fabricante. Note que neste primeiro modelo, de velocidade linear, a potência desenvolvida também é linear, iniciando de zero.

NOTE que, usando a equação $p \cong mv\frac{\Delta v}{\Delta t}$, poderíamos obter p(t) a partir do gráfico da velocidade. Ocorre que a estimativa da inclinação $\frac{\Delta v}{\Delta t}$, a partir dos dados medidos, fica sujeita a erros numéricos grosseiros (tente fazer!). Preferimos, ao invés disso, trabalhar com modelos de potência mais realísticos, na tentativa de explicar razoavelmente o comportamento observado da velocidade.

MODELO 2: POTÊNCIA LINEAR COM VALOR INICIAL NÃO NULO

Pelos gráficos do fabricante, parece ser uma boa aproximação supor que a potência máxima desenvolvida pelo motor varia linearmente entre 20kW e 176kW na faixa de 1000rpm a 6200rpm. Isso corresponde às velocidades de 0 a 60km/h, pelo diagrama de transmissão.

Vamos então supor que a potência desenvolvida pelo motor na aceleração de 1ª marcha varie de acordo com o gráfico abaixo:



$$p = \frac{P_f - P_i}{V_f} v + P_i$$

Desejamos obter o comportamento da velocidade com o tempo, a partir do repouso. Para isso, precisamos utilizar um pouco de cálculo integral (disciplina do 3º semestre). O procedimento pode ser como segue:

A partir da energia cinética, obtemos a potência ganha pelo carro, com antes: $p = mv\frac{dv}{dt}$.

Como $p = p(v)$, podemos separar as variáveis e integrar essa equação:

$$dt = m\frac{v}{p(v)}dv \quad \Rightarrow \quad t = m\int_0^{V_f} \frac{v}{p(v)}dv$$

Como $p = \frac{P_f - P_i}{V_f} v + P_i$, usamos a mudança de variável de integração de v para p, ficando assim:

$$t = m\left(\frac{V_f}{P_f - P_i}\right)^2 \int_{P_i}^{p} \left(1 - \frac{P_i}{p}\right)dp$$

O resultado final é

$$t = m\left(\frac{V_f}{P_f - P_i}\right)^2 \left\{p \; - \; P_i\left(1 + \ln\frac{p}{P_i}\right)\right\}$$

Note que essa é uma equação implícita para a potência $p(t)$. A sequência dos cálculos deve ser:

1. escolha um valor <u>v</u> para a velocidade
2. calcule o valor correspondente da potência <u>p</u>
3. use o resultado acima para encontrar o instante de tempo <u>t</u> no qual a velocidade terá o valor escolhido

Se a potência inicial for zero, devemos obter o MODELO 1.

<u>EXERCÍCIO 1</u>: Sabendo que $\lim\limits_{x\to 0}\left(x\ln x\right) = 0$, mostre que o resultado acima é idêntico ao MODELO 1 quando $P_i \to 0$.

Vejamos o resultado deste modelo, supondo que o motor trabalha na potência máxima durante a aceleração na primeira marcha. Dos gráficos do fabricante, temos:

v = 0 $\Rightarrow$ 1000rpm a 20kW

v = 64,4km/h = 17,9 m/s $\Rightarrow$ ~6200rpm a 176 kW

Inserindo esses dados no modelo, encontramos que o tempo de aceleração de 0 a 64,4km/h deveria ser de 2,1s. Isto é 34% menor do que o observado.

Uma possibilidade é que o motor não atinge a potência máxima durante a aceleração na 1a marcha. Vamos então supor que a potência inicial é a máxima de 20kW, mas a potência ao atingir 64,4km/h final é menor que a máxima de 176kW. Podemos utilizar o nosso modelo para calcular o valor de P_f de modo que em t = 3,12s a velocidade seja de 64,4km/h.

Inserindo $P_i = 20\text{kW}$, $V_f = 64{,}4\text{km/h}$ e $t = 3{,}12\text{s}$ no modelo, precisaremos resolver uma equação transcendental para encontrar o valor de P_f. É conveniente manipular um pouco a equação para eliminar números grandes ou pequenos demais – o ideal é que todas as constantes que aparecem nos cálculos fiquem em torno de 1.

<u>EXERCÍCIO 2</u>: (a) Mostre que, com os dados $P_i = 20\text{kW}$, $V_f = 64{,}4\text{km/h}$ e $t = 3{,}12\text{s}$, devemos encontrar um valor de R tal que $\ln(1+R) = R(1-0{,}14R)$, onde $R = \dfrac{P_f}{20\times10^3} - 1$.

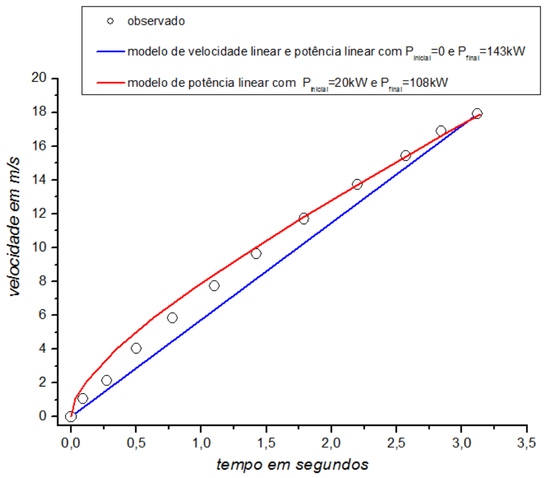
(b) Obtenha o valor de R por um método numérico conveniente (é aconselhável fazer primeiro uma análise gráfica).

Procedendo como sugere o Exercício acima, encontramos $P_f = 108\text{kW}$.

<u>EXERCÍCIO 3</u>: Com os valores $P_i = 20\text{kW}$, $V_f = 64{,}4\text{km/h}$ e $P_f = 108\text{kW}$, mostre que a velocidade <u>v</u> em cada instante de tempo <u>t</u> obedece à equação

$$t = 1{,}15\left[0{,}247v \; - \; \ln\left(1 + 0{,}247v\right)\right]$$

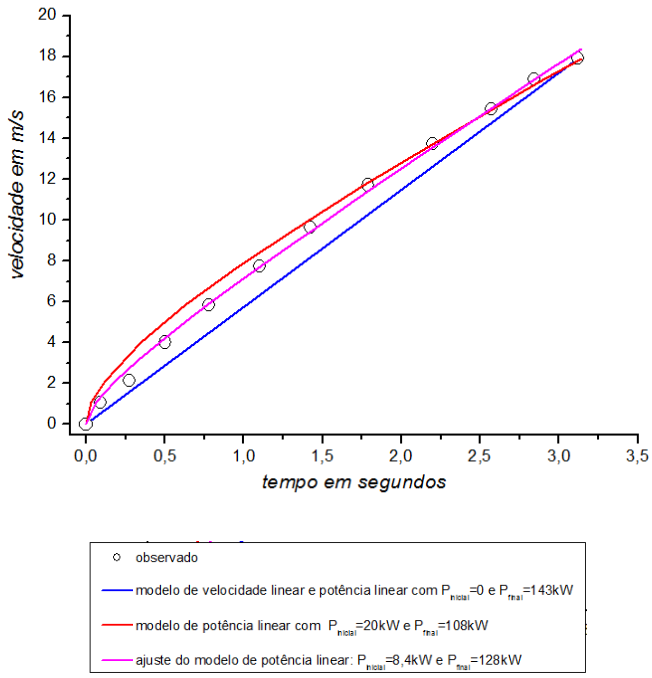
A curva $v(t)$ resultante da equação acima está no gráfico ao lado. Observamos que concorda melhor com as observações do que o modelo linear simples.



AJUSTE DO MODELO DE POTÊNCIA LINEAR COM VALOR INICIAL NÃO NULO

Podemos talvez melhorar a previsão do nosso modelo considerando que a potência inicial não é 20kW. Vamos então ajustar os valores de P_i e P_f no nosso modelo para que, quando $V_f = 64{,}4\text{km/h}$ em $t = 3{,}12\text{s}$, o modelo forneça resultados os mais próximos possíveis dos pontos observados. Isso é feito através de uma técnica de ajuste matemático: procuramos os valores de P_i e P_f de modo que o desvio médio quadrático entre os resultados do modelo e os valores experimentais seja mínimo. Basta utilizar um software adequado (Matlab, Mathematica, Origin, etc.).

Utilizando o Origin (um software para gráficos científicos e técnicos), obtemos um ajuste ótimo quando $P_i = 8{,}4\text{kW}$ e $P_f = 128\text{kW}$ (é preciso programar a função de ajuste, com dois parâmetros livres). A curva resultante para a velocidade é mostrada no gráfico ao lado, com ótima correspondência com respeito aos valores observados.



CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Seria necessário aplicar a presente análise em vários outros tipos de automóveis, antes de generalizar quaisquer conclusões. De qualquer modo, os resultados deste estudo sugerem fortemente que, em regime de intensa aceleração, o motor não desenvolve a potência máxima especificada pelo fabricante.

Deve-se observar que os resultados aqui obtidos estão sujeitos à exatidão do diagrama de transmissão especificado, que, como indica o fabricante, pode não corresponder exatamente ao real.

Este estudo segure um modelo simples que pode ser utilizado na análise do desempenho real de um automóvel, em comparação com as especificações técnicas (em geral obtidas em ensaios controlados de laboratório).

© 2015 Maurício Fabbri
http://mauriciofabbri.com.br/
MCT/INPE: http://www.las.inpe.br/~fabbri
Universidade São Francisco – USF
Itatiba/Campinas – http://www.saofrancisco.edu.br
São Paulo - Brazil