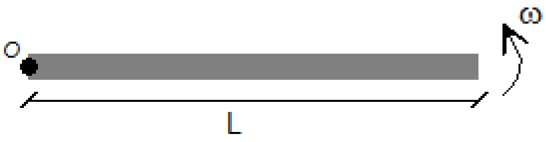
EXERCÍCIOS DE CÁLCULO INTEGRAL

Compilação do 1º bimestre de 2015

Exercício 1

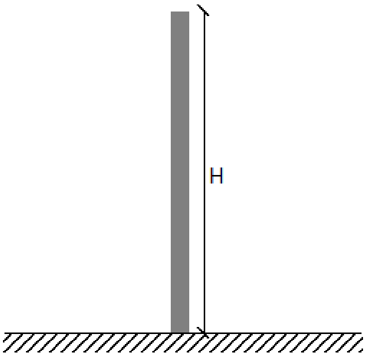
Uma barra homogênea de massa M e comprimento L gira ao redor de uma de suas extremidades (O) com velocidade angular ω.



(a) Calcule a energia cinética de rotação da barra. Considere que todos os pontos ao longo de uma mesma seção transversal tenham a mesma velocidade linear.
(b) Calcule o valor numérico, em Joules, dessa energia, para uma barra de alumínio (densidade 2,7 g/cm3) medindo (1 X 1,5 X 65)cm ao girar a 150rpm como na figura.
(c) Qual seria o valor dessa energia se o cálculo fosse feito como se a massa da barra estivesse concentrada em seu centro de gravidade? Qual seria o erro percentual cometido?

Exercício 2

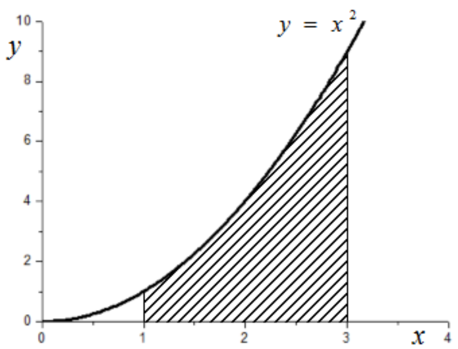
Uma barra homogênea de massa M e comprimento H está em posição vertical em contato com o solo.

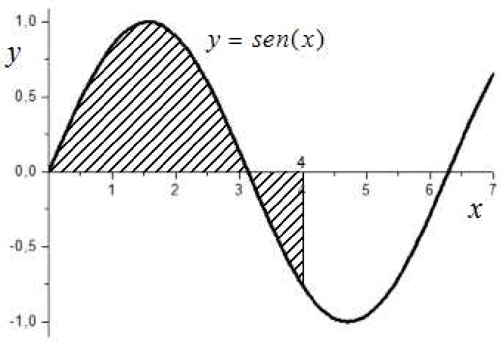


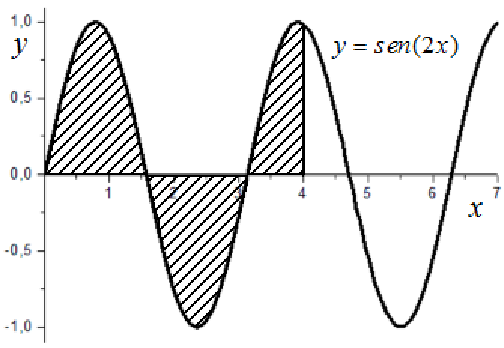
(a) Calcule a energia potencial gravitacional da barra, em relação ao solo.
(b) Calcule o valor numérico, em Joules, dessa energia, se a barra for de alumínio (densidade 2,7 g/cm3), e medir (1 X 1,5 X 65)cm.
(c) Qual seria o valor dessa energia se o cálculo fosse feito como se a massa da barra estivesse concentrada em seu centro de gravidade? Qual seria o erro percentual cometido?

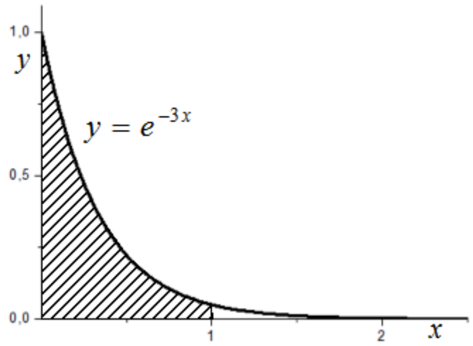
Exercício 3

Calcule o valor das áreas hachuradas nos gráficos:



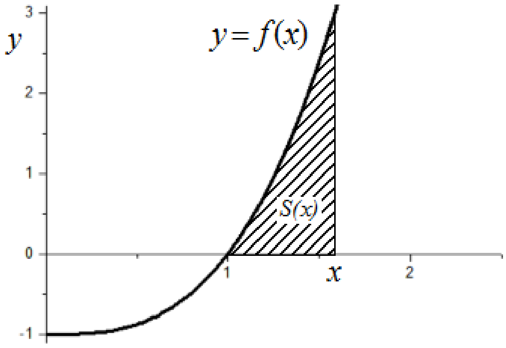






Exercício 4

Seja *S(x)* a área delimitada pelo eixo f=0 e o gráfico da função f(x), a partir do ponto *x=1*, como na figura.



(a) Escreva o problema de valor inicial que a função *S(x)* deve satisfazer.

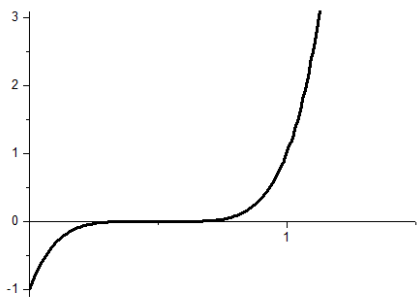
(b) Encontre *S(x)* quando $f(x) = x^3 - 1$

(c) Calcule *S(2)* e *S(0)*.

Exercício 5

Repita o exercício anterior quando $f(x) = (2x-1)^5$.

Resp.: S(2)=182/3 e S(0) = 0



Exercício 6

Seja f(x)=x(x–1)(x–2).

(a) Esboce o gráfico de f(x), calculando os zeros e os pontos de máximo e de mínimo locais.

(b) Calcula a área delimitada entre o eixo f=0 e o gráfico de f(x),

I. No intervalo $0 \le x \le 1$

II. No intervalo $1 \le x \le 2$

III. No intervalo $0 \le x \le 2$

Exercício 7 – *(veja 1ª série de exercícios)*

Calcule a área sob o gráfico das funções no intervalo indicado. Quando a resposta não for um número comum, escreva-a com três significativos.

(a) f(x) = 2x–1 entre x = 0 e x = 3

(b) f(x) = x^2–3x+2 entre x = 1 e x = 2

(c) f(x) = $50e^{-2x}$ entre x = 0 e x = 1

(d) h(t) = 10cos(πt/5) entre x = 0 e x = 2

(e) v(t) = $20e^{-t/4}$ entre t = 0 e t = 8

(f) $w(x) = \dfrac{5}{x}$ entre x = 1 e x = 2

(g) $g(x) = \sqrt{x}$ entre x = 0 e x = 1

Exercício 8 – *(veja 1ª série de exercícios)*

Sabendo que $\int e^{ax}\cos(bx)dx = \dfrac{a\cos(bx) + b\,\mathrm{sen}(bx)}{a^2+b^2}e^{ax}$ encontre, com três significativos,

(a) a área sob a função f(t) = $20e^{-3t}\cos(3\pi t)$ entre t = 0 e t = 1

(b) a área total sob a função f(t) = $5e^{-20t}\cos(10\pi t)$ para t > 0 (entre t = 0 e t→∞)

Exercício 9 – *(veja 1ª série de exercícios)*

Encontre a área sob $f(t) = \dfrac{10t}{t^3 + 20}$ para t > 0 (entre t = 0 e t→∞), com três significativos.

Dado (tabela): $\displaystyle\int_0^\infty \frac{x^m}{x^n + a^n}\,dx = \frac{\pi a^{m+1-n}}{n.\mathrm{sen}\left[\frac{(m+1)\pi}{n}\right]}$ (0 < m+1 <n)

Exercício 10 – *(veja 1ª série de exercícios)*

Calcule $20\displaystyle\int_0^{\pi/2} \mathrm{sen}^8(t)\,dt$ com três significativos, sabendo que

$$\int_0^{\pi/2} \mathrm{sen}^{2m}(x)\,dx = \int_0^{\pi/2} \cos^{2m}(x)\,dx = \frac{1.3.5...(2m-1)}{2.4.6...(2m)}\,\frac{\pi}{2}$$

Exercício 11 – *(veja 1ª série de exercícios)*

Um automóvel se desloca a partir do instante t = 0 de modo que sua velocidade v, em km/h, varia com o tempo t em minutos de acordo com v = 4,8t(10−t). Qual a distância total percorrida nos primeiros dez minutos? *(cuidado com as unidades !!! - reposta com três significativos)*

Exercício 12 – *(veja 1ª série de exercícios)*

Uma bomba retira gasolina de um reservatório de modo que a vazão aumenta com o tempo de acordo com $\phi = k\sqrt{t}$. Qual o valor de k de modo que essa bomba esvazie um reservatório de 3000 litros em cinco minutos? (*resposta com dois significativos)*

Exercício 13 – *(veja 1ª série de exercícios)*

Uma bateria é carregada através de uma corrente elétrica que decai exponencialmente com o tempo, de acordo com $i(t) = 2e^{-t/15}$. A corrente é dada em ampères (1A = 1C/s) e o tempo em minutos. A bateria estará carregada após a corrente ter praticamente zerado. Qual a quantidade de carga na bateria quando estiver totalmente carregada? *(cuidado com as unidades !!!)*

Exercício 14 – *(veja 1ª série de exercícios)*

Uma certa barra não-homogênea de comprimento L tem densidade máxima em seu ponto médio, descrita por $\lambda(x) = k(L^2/4 - x^2)$, onde x varia de –L/2 a +L/2 (o ponto médio da barra é colocado na posição x = 0, por conveniência).

(a) Qual o valor de k em função do comprimento L da barra e de sua massa total M ?
(b) Qual a posição do centro de massa da metade direita dessa barra?
Sugestão: divida a barra em pedacinhos Δx, cada um com massa Δm, e calcule o centro de massa do conjunto. Exprima o resultado na forma de um somatório, e depois obtenha uma integral fazendo o limite $\Delta x \to 0$.