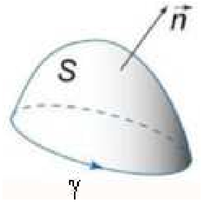
ELETROMAGNETISMO

1º Semestre de 2014

Prof. Maurício Fabbri

1. A lei da indução de Faraday



S se apoia em γ

$$|V_{ind}| = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right|$$

f.e.m induzida = velocidade de variação do fluxo magnético

$$V_{ind} = \oint_\gamma \vec{E} \cdot \hat{t}\, dl \qquad \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot \hat{n}\, dS$$

$q.V_{ind} =$ energia que a carga q receberia do campo elétrico se percorresse o caminho fechado γ.

Se $\vec{E}$ fosse conservativo, teríamos $\oint_\gamma \vec{E} \cdot \hat{t}\, dl = 0$.

2. A lei de Lenz

A corrente elétrica pelo percurso γ que seria provocada por V_{ind} produziria um campo magnético que iria se opor à variação do fluxo.

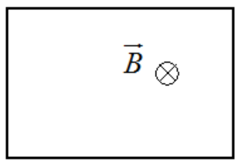
Obedecendo à convenção da regra da mão direita, observamos que, através da superfície S, o fluxo produzido pela corrente induzida é positivo e, portanto, a variação do fluxo externo é negativo.

Respeitando a convenção da mão direita, a Lei de Faraday é escrita como

$$V_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

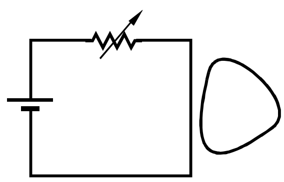
Exercício 1: No interior da espira ao lado, $\vec{B}$ é uniforme, e está aumentando. A corrente induzida na espira é no sentido

( ) horário
( ) anti-horário

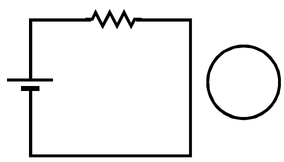


Exercício 2: No esquema ao lado, se o resistor estiver aumentando, a corrente induzida no *loop* da direita será no sentido

( ) horário
( ) anti-horário

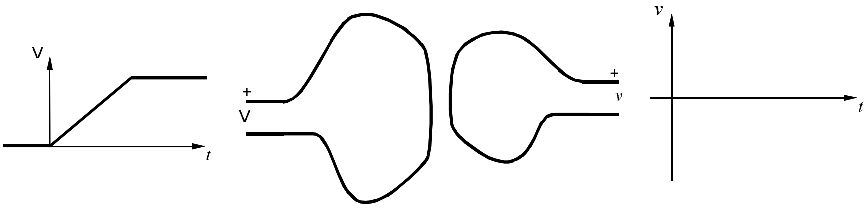


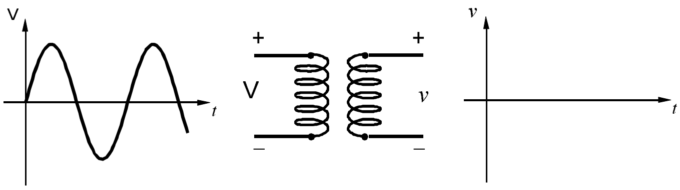
Exercício 3: No esquema ao lado, se o *loop* estiver se aproximando do circuito, a corrente nele induzida será no sentido



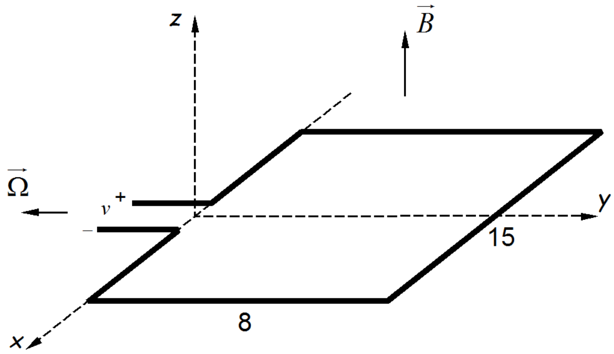
( ) horário
( ) anti-horário

Exercício 4: (*fem* de transformação) Esboce o sinal de saída v nos circuitos abaixo.





Exercício 5: (*fem* de movimento) Na figura, a espira de 15×8cm gira com velocidade angular Ω = 1200rpm ao redor do eixo y, em uma região onde o campo magnético $\vec{B}$ é uniforme, de 2T, ao longo do eixo z. Esboce a forma de onda e encontre o valor da amplitude da fem induzida v.



3. Forma diferencial da lei de Faraday/Lenz

$$V_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad \Rightarrow \qquad \oint_\gamma \vec{E}\cdot\hat{t}\,dl = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B}\cdot\hat{n}\,dS$$

Os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ variam com o tempo e com a posição no espaço. Ao redor de um ponto qualquer P do espaço, trace um caminho fechado qualquer γ, e tome uma superfície qualquer S que se apoie em γ. Se γ e S não variam com o tempo, podemos escrever

$$\oint_\gamma \vec{E}\cdot\hat{t}\,dl = -\iint_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)\cdot\hat{n}\,dS$$

Note o emprego da derivada parcial, uma vez que $\vec{B}$ varia tanto no tempo como no espaço, e estamos calculando apenas a variação com o tempo em um mesmo ponto P do espaço.

Lembrando do teorema de Stokes $\oint_{\gamma} \vec{E} \cdot \hat{t}\, dl = \iint_S \left(\nabla \times \vec{E}\right) \cdot \hat{n}\, dS$, e considerando que as identidades acima valem para quaisquer escolhas de γ e S, devemos ter, em cada ponto do espaço,

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Essa é uma das quatro equações de Maxwell.

Exercício 6: (onda plana simples) As equações de Maxwell determinam o comportamento do campo eletromagnético. No vácuo, na ausência de cargas ou correntes elétricas, essas equações se escrevem como

$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{E} = 0 & \qquad \nabla \cdot \vec{B} = 0 \\ \nabla \times \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \qquad \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases}$$

$\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}\,\mathrm{F/m}$ (permissividade elétrica do vácuo)

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{H/m}$ (*ou* T.m/A) (permeabilidade magnética do vácuo)

Suponha que, numa dada região do espaço, o campo elétrico seja dado por

$$\vec{E} = 10 sen(\kappa.y - 2000\pi.t)\,\hat{\mathrm{k}} \qquad \begin{cases} kV/m \\ m \\ s \end{cases}$$

(a) Qual a frequência de oscilação de $\vec{E}$?
(b) Use as equações de Maxwell para encontrar o valor de κ.
(c) Encontre o campo magnético associado $\vec{B}$. Qual a amplitude do mesmo?
(d) Verifique que esse campo eletromagnético é uma onda plana transversal que se propaga na direção y. Qual o comprimento de onda? Qual a velocidade de propagação?
(e) O fluxo de energia (W/m^2) transportado pela onda eletromagnética, na direção de propagação, é dado pelo módulo do vetor de Poynting $\vec{S} = \dfrac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0}$. Qual a intensidade média do fluxo de energia transportado pela onda eletromagnética deste exercício?