Cálculo Avançado

Exercícios de reforço para a primeira prova

1º sem 2014   Prof. Fabbri

Exercício 1: A série geométrica $S = 2\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \dfrac{e^{-2n}}{2^n}$ converge que valor? *Resp.:* $S = \dfrac{4}{2+e^{-2}} \cong 1,873$

Reforço: Repita para $5\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{(1,2)^n}$ *Resp.: –2,273*

Exercício 2: Calcule $S = 4\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \dfrac{e^{-n}}{n!}$ com precisão mínima de ±0,000 1.

Resp.: 2,768789 ± 0,000014

Reforço:

Repita para $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n+1}}{n!}$, com precisão mínima de ±0,01. *Resp.: 0,6250 ± 0,0083*

Exercício 3: A partir da série $\operatorname{sen}(x) = x - \dfrac{x^3}{3!} + \dfrac{x^5}{5!} - \dfrac{x^7}{7!} + \ldots$, calcule $\int_0^{2,2}\dfrac{\operatorname{sen}x}{x}\,dx$ com precisão mínima de ±0,001. *Resp.: 1,68727 ± 0,00037*

Reforço:

Calcule $5\int_0^{0,8} sen(x^2)\,dx$ com precisão mínima de ±0,00001. *Resp.: 2,986 0206 ± 0,000 0087*

Exercício 4: Linearize a função $f(x) = \sqrt[3]{8-5x}$ em torno de x = 0. *Resp.:* $f(x) \simeq 2 - \dfrac{5x}{12}$

Reforço:

Linearize a função $f(x) = 4e^{-2x/3}$ em torno de x = 1. *Resp.:* $f(x) \simeq 4e^{-2/3}\left(1 - \dfrac{2}{3}x\right)$

Exercício 5: Encontre A, B e C de modo que $\dfrac{30}{n(n-2)(n-3)} = \dfrac{A}{n} + \dfrac{B}{n-3} + \dfrac{C}{n-2}$.

Resp.: A = 5 ; B = 10 ; C = –15

Exercício 6: Se a transformada de Laplace de uma função f(t) é $F(s)=\dfrac{5(2s^2+s-3)}{s(s+3)(s+5)}$, obtenha o valor inicial e o valor de regime de f(t).

Resolução: valor inicial : $f(0)=\lim\limits_{s\to\infty} s.F(s)=\lim\limits_{s\to\infty}\dfrac{5(2s^2+s-3)}{(s+3)(s+5)}=\lim\limits_{s\to\infty}\dfrac{5(2s^2)}{(s)(s)}=10$

valor de regime : $f(\infty)=\lim\limits_{s\to 0} s.F(s)=\lim\limits_{s\to 0}\dfrac{5(2s^2+s-3)}{(s+3)(s+5)}=\lim\limits_{s\to\infty}\dfrac{5(-3)}{(3)(5)}=-1$

Reforço: Repita para $F(s)=\dfrac{5(2s^2+s-3)}{s(s+1)^2(s+3)}$.

Resposta: f(0) = 0 , f(∞)=−5.

Exercício 7: Se a transformada de Laplace de uma função f(t) é $F(s)=\dfrac{2(s^2+3s+1)}{(s+1)(s+2)(s+4)}$, quais os pólos da transformada de Laplace de $g(t)=3e^{-4t}f(t)$?

Resolução: G(s) = 3F(s+4), e portanto $G(s)=\dfrac{6[(s+4)^2+3(s+4)+1)}{(s+5)(s+6)(s+8)}$, que tem pólos em −5, −6 e −8.

Reforço: Se a transformada de Laplace de f(t) é $F(s)=\dfrac{3s+1}{(s+2)(s+3)(s+5)}$, quais os pólos da transformada de Laplace de $g(t)=4e^{-5t}f(t)$? *Resposta: −7, −8 e −10*

Exercício 8: Se a transformada de Laplace de uma função f(t) é $F(s)=\dfrac{5s+1}{s(s+3)}$, quais os valores inicial e final de $h(t)=\dfrac{df}{dt}$?

Resolução: H(s) = sF(s)−f(0), e $f(0)=\lim\limits_{s\to\infty} s.F(s)=\lim\limits_{s\to\infty}\dfrac{5s+1}{s+3}=5$

portanto $H(s)=\dfrac{5s+1}{s+3}-5=\dfrac{-14}{s+3}$

então $h(0)=\lim\limits_{s\to\infty} s.H(s)=\lim\limits_{s\to\infty}\dfrac{-14s}{s+3}=-14$ e $h(\infty)=\lim\limits_{s\to 0} s.H(s)=\lim\limits_{s\to 0}\dfrac{-14s}{s+3}=0$

Reforço: Se a transformada de Laplace de uma função f(t) é $F(s)=\dfrac{3s-1}{s(s+4)}$, quais os valores inicial e final de $h(t)=\dfrac{df}{dt}$? *Resposta: f(0) = −13 , f(∞)= 0.*
