PRINCÍPIOS E MÉTODOS EM ENGENHARIA

1º Semestre de 2012

Prof. Maurício Fabbri

Raciocínio, organização e exercícios básicos – proporcionalidade e "regras de três"

1. "Regra de três", proporcionalidade, similaridade

☞ Acostume-se a tratar problemas que envolvem proporcionalidade usando frações. Escreva diretamente a conta a fazer, evitando o procedimento "infantil" de "montar a regra de três".

O procedimento "infantil" é útil para se resolver apenas problemas mais simples, que não exijam raciocínio físico e não envolvam considerações de projeto e conveniência. Em problemas de engenharia, é comum efetuarmos previsões que envolvem muitas quantidades, e que influenciam o resultado de maneira matematicamente complicada. E, ainda mais importante, precisamos decidir se o cálculo que estamos efetuando é realístico.

AS REGRAS BÁSICAS PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Ao ser apresentado a um problema:

1. leia o mesmo com muita atenção.
2. num segunda leitura, faça um esboço, um rascunho, anotando os dados e talvez fazendo esquemas.
3. "visualize" o problema, construindo uma figura mental e animada da situação.

Jamais inicie a resolução de um problema sem que ele seja suficientemente entendido e sem que voce saiba o que está sendo perguntado.

Por exemplo, considere o probleminha abaixo:

– Se for preciso 19,4KJ de energia para derreter 110g de cobre, quanta energia é necessária para derreter 250g?

O raciocínio mais útil é o seguinte: calculamos *a razão de mudança* na quantidade de cobre. Para isso, basta dividir 250 por 110. Supondo que as coisas sejam proporcionais, essa também será a *razão de mudança* na energia. Portanto, basta multiplicar a energia inicial (19,4) por essa razão:

$$\frac{250}{110} \times 19{,}4 = 44{,}1\text{kJ}$$

Outro exemplo:

– Dezenove litros de óleo pesam 18,1kg. Quantos litros podemos encher com 73 kg de óleo?

Resposta: $\frac{73}{18{,}1} \times 19 = 76{,}6 \text{ litros}$

☞ Cuidado para fazer a proporção com a quantidade correta. Por exemplo, no problema abaixo, a quantidade de palmeiras é proporcional à área do terreno. A área, por sua vez, é proporcional ao quadrado do diâmetro.

– Numa praça circular com diâmetro de 20m, pode-se plantar 40 palmeiras. Quantas palmeiras poderíamos plantar numa praça de diâmetro 35m?

Nesse caso, a razão de mudança no diâmetro é $\frac{35}{20}$, mas a quantidade de palmeiras que cabem no terreno é proporcional à área. A razão de mudança na área é $\frac{35^2}{20^2}$.

Resposta: $\frac{35^2}{20^2} \times 40 \cong 122$ palmeiras

☞ Quando acontece das quantidades serem inversamente proporcionais, basta inverter a razão de mudança.

Por exemplo: Se quinze costureiras terminam um lote de vestidos em nove horas, quantas costureiras são necessárias para dar conta desse mesmo lote em cinco horas?

A razão de mudança nas horas de trabalho é $\frac{5}{9}$. Mas, quanto mais costureiras, menos horas são necessárias. Então a razão de mudança no número de costureiras deve ser $\frac{9}{5}$.

Resposta: $\frac{9}{5} \times 15 \cong 27$ costureiras

☞ Problemas mais complicados podem ser resolvidos rapidamente desse modo. Supondo que as quantidades são proporcionais, basta multiplicar as coisas pelas frações adequadas.

– Se oito pedreiros levantam cinco casas em sete meses, quantos pedreiros serão necessários para levantar oito casas em seis meses?

Escreva a razão de mudança de cada quantidade envolvida, e decida se a quantidade desejada é diretamente ou inversamente proporcional a cada quantidade envolvida.
Observe que, quanto mais pedreiros, menor o tempo.

Supondo que as coisas sejam proporcionais (nem sempre é...), a resposta será

$\frac{8}{5}\frac{7}{6} \times 8 \cong 15$ pedreiros

Exercício 1: Com uma área de absorção de raios solares de 1,2m^2, uma lancha com motor movido a energia solar consegue produzir 400 watts de potência. Aumentando-se essa área para 1,5m^2, qual será a potência produzida?

http://www.somatematica.com.br/fundam/regra3s.php *Resposta: 500 Watts*

Exercício 2: Um trem, deslocando-se a uma velocidade média de 400Km/h, faz um determinado percurso em 3 horas. Em quanto tempo faria esse mesmo percurso, se a velocidade utilizada fosse de 480km/h?

http://www.somatematica.com.br/fundam/regra3s.php *Resposta: 2h30min*

Exercício 3: Em 8 horas, 20 caminhões descarregam $160m^3$ de areia. Em 5 horas, quantos caminhões serão necessários para descarregar $125m^3$?

http://www.somatematica.com.br/fundam/regra3s.php *Resposta: 25*

Exercício 4: Numa fábrica de brinquedos, 8 homens montam 20 carrinhos em 5 dias. Quantos carrinhos serão montados por 4 homens em 16 dias?

http://www.somatematica.com.br/fundam/regra3s.php *Resposta: 32*

Exercício 5: Com certa quantidade de fio, uma fábrica produz 5400m de tecido com 90cm de largura em 50 minutos. Quantos metros de tecido, com 1 metro e 20 centímetros de largura, seriam produzidos em 25 minutos?

http://www.somatematica.com.br/fundam/regra3s.php *Resposta: 2025 metros*

Exercício 6: Um cubo de alumínio de lado 20cm pesa 21,6kg. Quanto vai pesar um cubo de alumínio de lado 50cm?

Resposta: 338kg

Exercício 7: Precisamos de 31,4kJ de energia para aquecer meio litro de água de 20ºC a 35ºC. Quanta energia será necessária para aquecer três litros de água de 15ºC a 70ºC?

Resposta: 691kJ

Exercício 8: Um automóvel consome 1 litro de combustível a cada 12 quilômetros, para manter-se à velocidade de 90km/h. Para manter uma velocidade constante e alta, gasta-se uma boa parte da energia para vencer a resistência do ar. Sabe-se que a potência gasta para vencer a resistência aerodinâmica aumenta com o cubo da velocidade. Estime o consumo desse automóvel a 120km/h, levando em conta apenas o efeito aerodinâmico.

Resposta: 5,1km/l

veja uma boa discussão sobre o consumo de automóveis em http://carros.hsw.uol.com.br/questao477.htm

Exercício 9: Um pêndulo de 1,5m de comprimento leva 2,5 segundos para completar uma oscilação. Qual será o período de um pêndulo de 2,5m? Sabe-se que o período do pêndulo é proporcional à raiz quadrada do seu comprimento.

Resposta: 3,2s

Exercício 10: (Retirado, com adaptação, de Szinvelski et al., "Solução Semi-Analítica da Equação de Langevin Assintótica para o Deslocamento Aleatório pelo Método de Picard", 2004, sobre dispersão de poluentes)

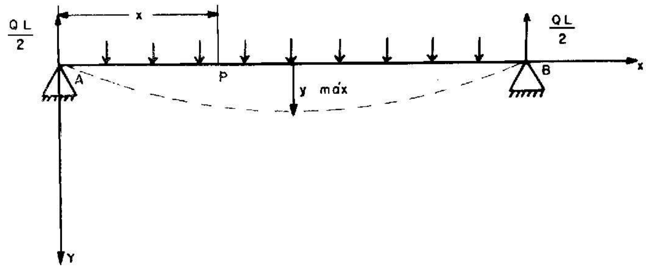
O experimento Copenhagen foi realizado na região norte de Copenhagen. O poluente hexafluoreto de enxofre (SF_6) foi emitido a partir de uma fonte com altura de *115 m* e coletado ao nível da superfície por amostradores de concentração em até três distâncias na direção preferencial do vento (entre *2* e *6 km* a partir da fonte). A região do experimento era principalmente residencial com um comprimento de rugosidade de *0.6 m*. A partir de nove repetições de medidas, é possível concluir que a velocidade do vento a uma altura *h* da superfície varia segundo $h^{0,28}$, para $h < 120m$. Se a velocidade do vento a dez metros de altura é 5m/s, qual será a velocidade do vento a 50m de altura?

Resposta: 7,8m/s

Exercício 11: A energia que um painel solar recebe do Sol é proporcional à sua área e ao tempo de exposição. A energia que chega do Sol no painel é inversamente proporcional ao quadrado da distância do painel ao Sol. Suponha que um painel solar de 1,5m^2 sobre a Terra receba em média 200kJ de energia por minuto de exposição. Qual a energia média que um painel de 3,5m^2 vai receber por hora, em Marte? (A Terra está a 150 milhões de quilômetros do Sol, enquanto que Marte está a 230 milhões de quilômetros do Sol). Desconsidere a influência das atmosferas dos planetas.

Resposta: 12MJ

Exercício 12: Uma viga retangular de comprimento L, apoiada nas extremidades, verga sob a ação de uma carga Q uniformemente distribuída sobre ela (veja a figura). A deflexão máxima da viga ocorre no ponto médio da mesma, e é dada por $y_{max} = \frac{5QL^4}{384.E.I}$. Nessa equação, E é o módulo de Young do material da viga, e I é o momento de inércia da seção transversal. Para vigas retangulares, temos $I = \frac{a.b^3}{12}$ (a é a largura da viga, e b é a altura da viga; a flexão ocorre na direção de b).



Uma viga retangular de concreto armado, com comprimento 12,5m e seção transversal (35×35)cm, verga 8mm sob a ação de seu próprio peso.

(a) Qual seria a deflexão máxima dessa viga se tivesse (25×25)cm de seção transversal? *Resp: 31mm*
(b) Qual deveria ser a seção transversal dessa viga para que vergasse apenas 3mm? *Resp:(45×45)cm*
(c) Qual seria a deflexão máxima de uma viga de concreto armado de comprimento 18m e seção transversal (a,b) = (65×85)cm? *Resp: 1,3mm*