SISTEMAS DE SEGUNDA ORDEM

(Caps. 5.3 e 8.2 do Dorf & Bishop)

FORMA PADRÃO: $$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

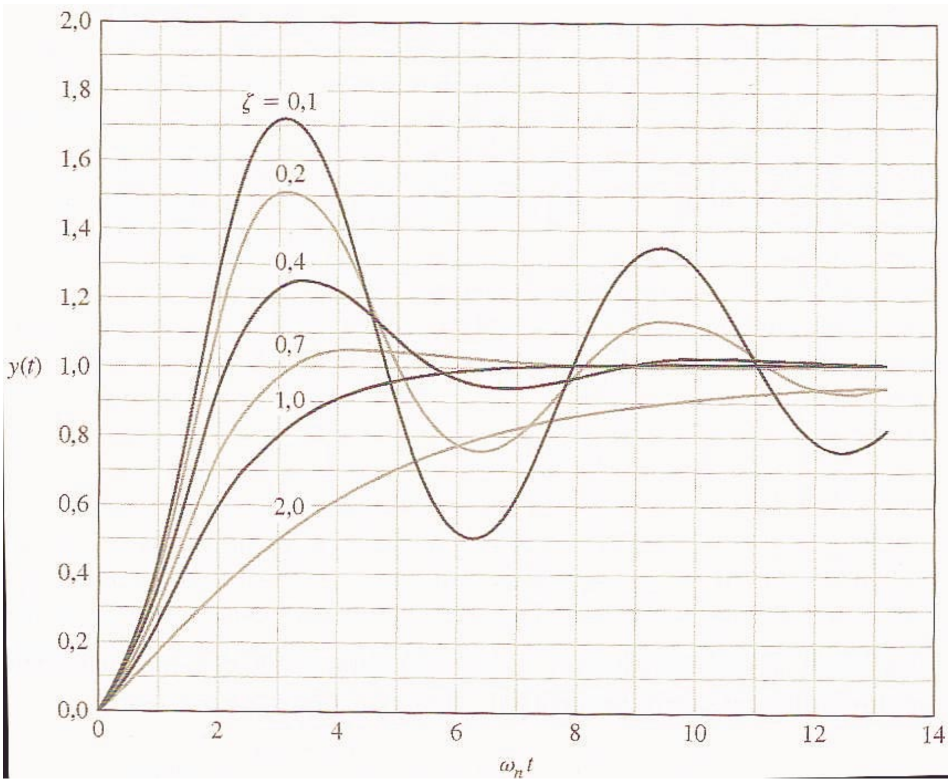
ξ deve ser positivo , senão o sistema é instável

$\xi > 1$: pólos reais e distintos *(sistema superamortecido)*

$\xi = 1$: pólo duplo *(amortecimento crítico)*

$0 < \xi < 1$: pólos complexos conjugados *(subamortecido)*

RESPOSTA
A
DEGRAU



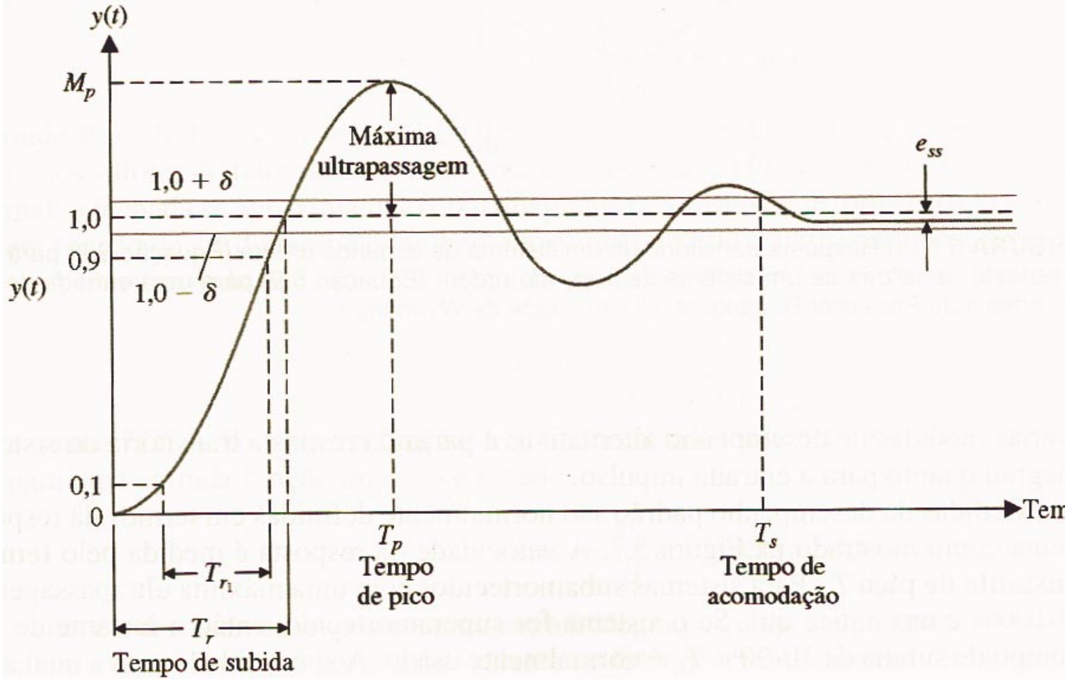
$$MUP = \frac{M_p - fv}{fv} \times 100\%$$

$$MUP = 100e^{-\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}}$$

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}$$

$$T_s = \frac{4}{\xi\omega_n}$$

$(0{,}98 < y < 1{,}02 \text{ para } t > T_s)$



RESPOSTA EM FREQUENCIA

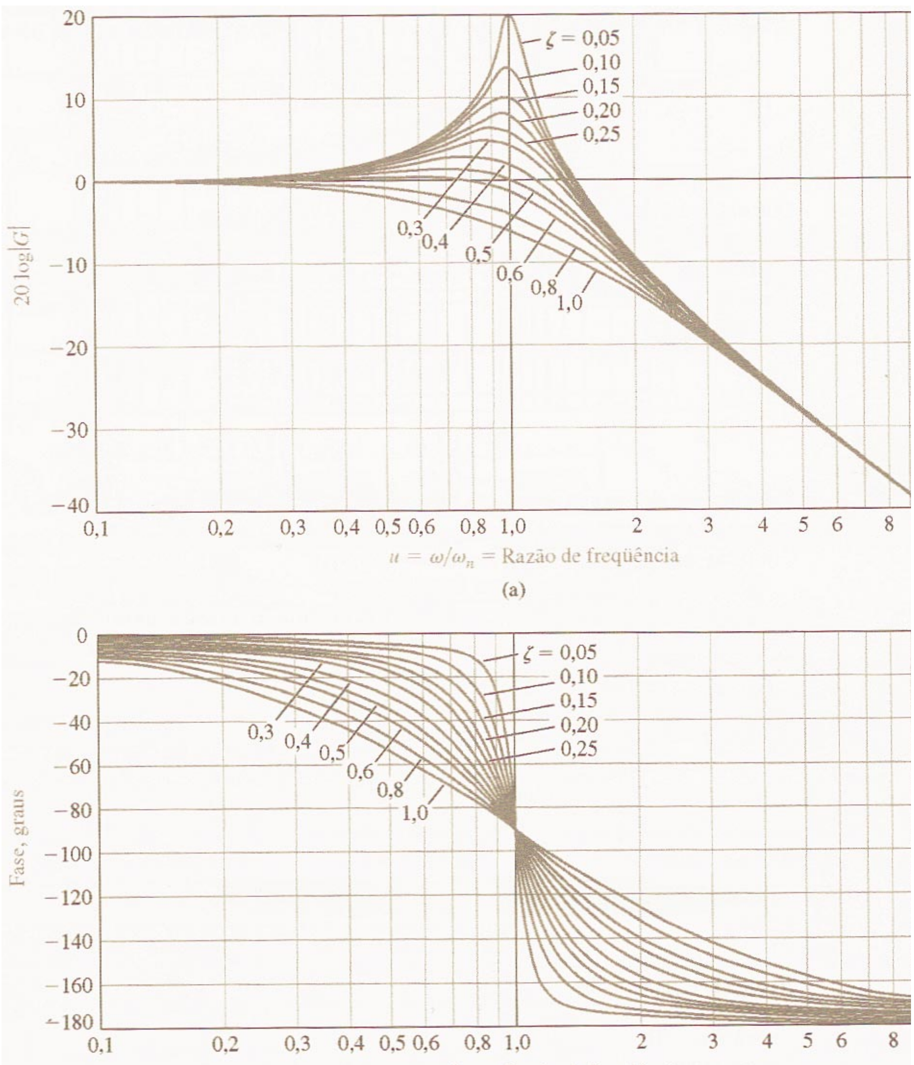
$$G(j\omega) = \frac{\omega_n^2}{(\omega_n^2 - \omega^2) + j2\xi\omega_n\omega} = \frac{1}{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}) + j2\xi\frac{\omega}{\omega_n}}$$

Para $\xi < 0{,}707$, a curva de resposta em frequencia tem um máximo na frequencia de ressonância ω_r

$$\omega_r = \omega_n\sqrt{1-2\xi^2}$$

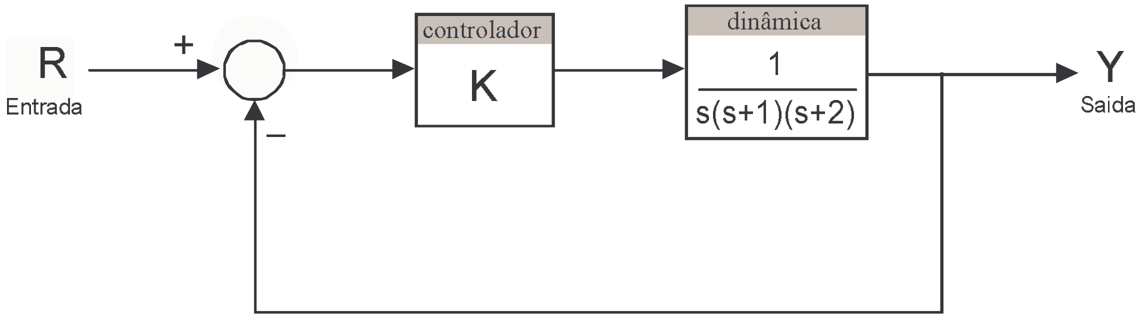
$$M_{p\omega} = |G(j\omega_r)| = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$

$$\xi = \sin\left[\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{1}{M_{p\omega}}\right)\right]$$



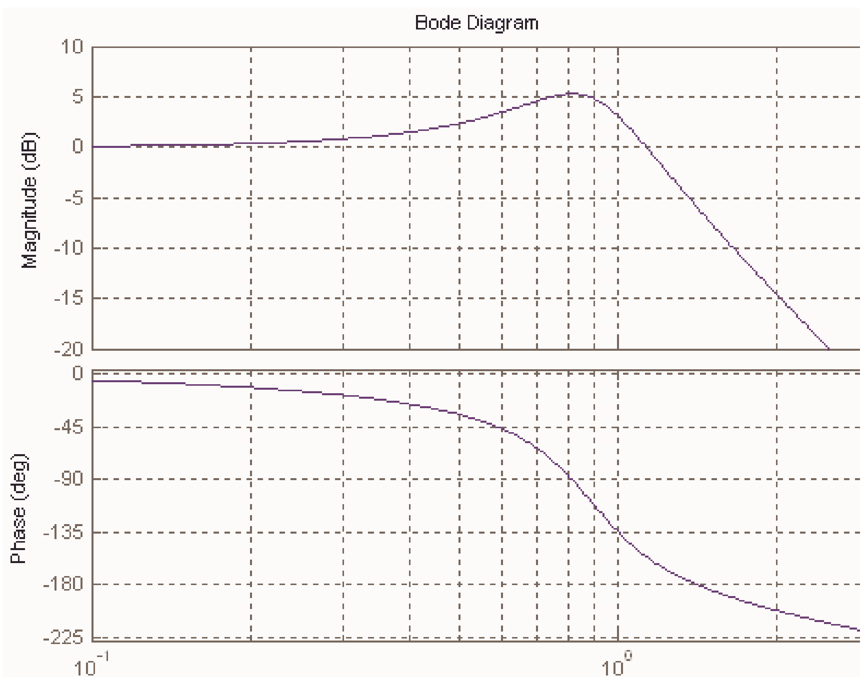
Exemplo de projeto *(8.6 do Dorf)*

Usando a curva de resposta em frequencia do sistema abaixo, encontrar um modelo equivalente simplificado de segunda ordem.



Usando o MATLAB:

```
>> clear
>> % vamos fazer os cálculos para K=2
>> K=2
K = 2
>> num=[K]
num = 2
>> den=conv([1,0],conv([1,1],[1,2]))
den =     1     3     2     0
>> sys1=tf(num,den)
Transfer function:
      2
-----------------
s^3 + 3 s^2 + 2 s
>> sys=feedback(sys1,1,-1)
Transfer function:
        2
---------------------
s^3 + 3 s^2 + 2 s + 2
>> % levantando o diagrama de Bode
   para o sistema de malha fechada
>> w=logspace(-1,1,500);
>> bode(sys,w)
```



(para editar o gráfico, use o menu Tools -> Edit plot na janela da figura do MATLAB)

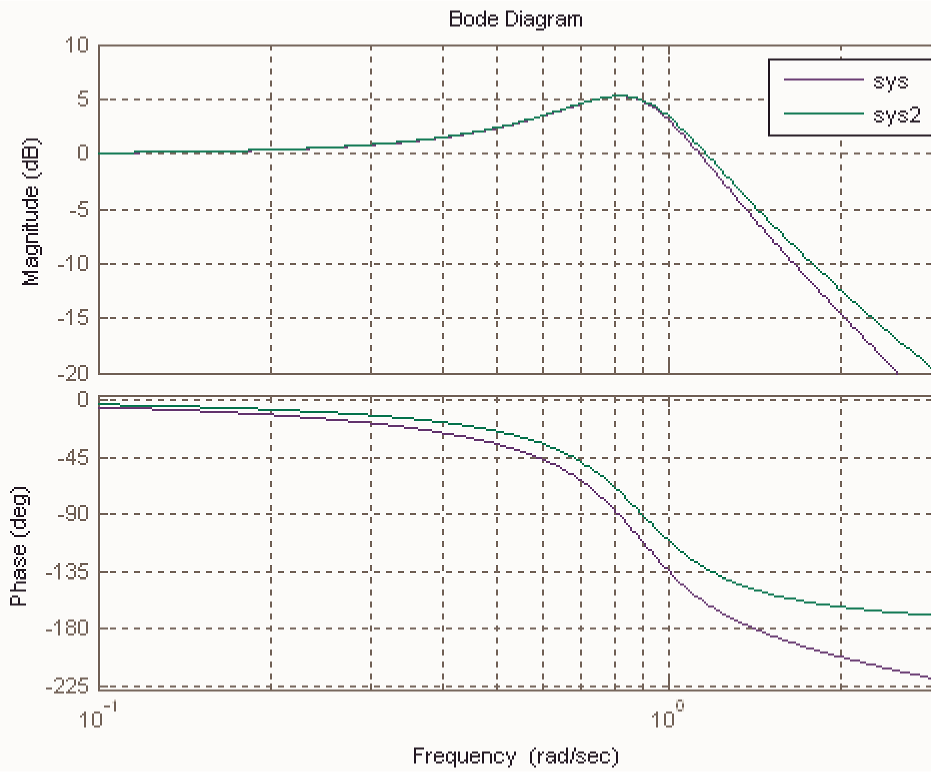
Na janela da figura do MATLAB, escolha Tools -> Data Cursor
Clique sobre um ponto da curva
Use as setas do teclado para achar o ponto de máximo
Clique com o botão direito sobre a marca de máximo e escolha "Export cursor data to workspace..."
Entre com um nome para a variável, por exemplo, max1, e clique OK

```
>> max1
max1 =
      Target: 173.0044
      Position: [0.8200 5.2819]
      DataIndex: 229
>> %vemos que o máximo é 5.28dB e está em wr=0.82
>> % 20log(Mpw)=5.28
>> % calcule Mpw
>> Mpw=10^(max1.Position(2)/20)
Mpw =    1.8369
>> % calcule qsi
>> qsi=sin(0.5*asin(1/Mpw))
qsi =    0.2839
>> % wr = frequencia de ressonancia
>> wr=max1.Position(1)
wr =    0.8200
>> % calcule a frequencia natural
>> wn=wr/sqrt(1-2*qsi^2)
wn =    0.8953
```

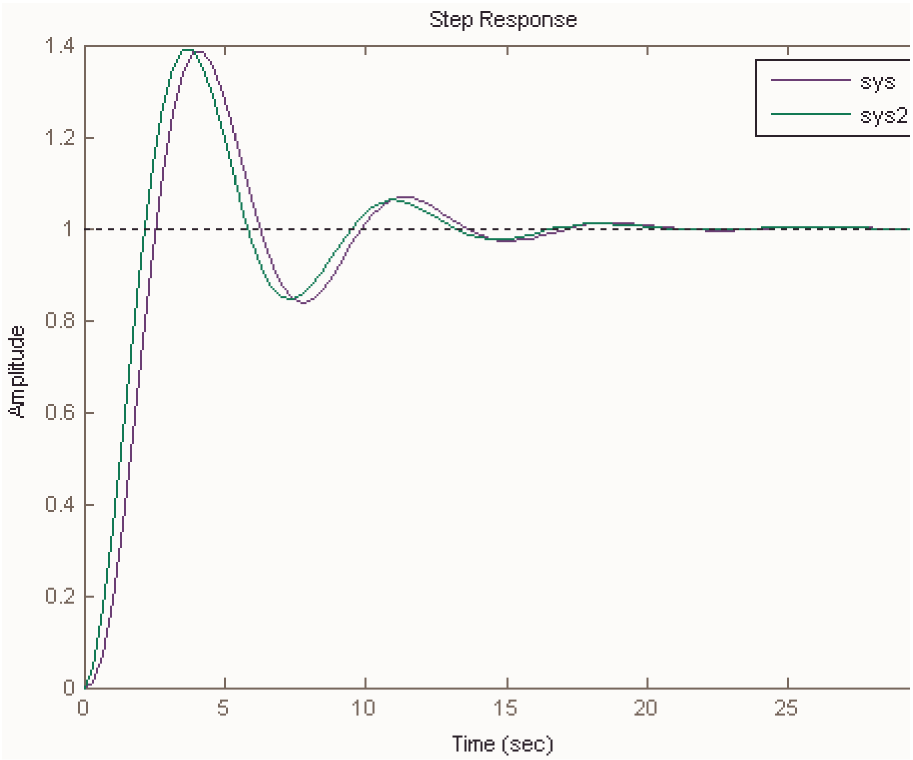
A aproximação de segunda ordem é $G(s) = \dfrac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$

```
>> sys2=tf([wn*wn],[1,2*qsi*wn,wn*wn])
Transfer function:
       0.8016
----------------------
s^2 + 0.5083 s + 0.8016
>> % traçando o Bode para o sistema aproximado e comparando com o sistema original
>> hold
Current plot held
>> bode(sys2,w)
>> % escolha na janela da figura Insert -> Legend
```

```
>> % comparando a resposta a
  degrau do sistema simplificado
  com o sistema original
>> figure
>> step(sys)
>> hold
Current plot held
>> step(sys2)
```




```
>> % previsão analítica para a
      máxima ultrapassagem
>> MUP=100*exp(-pi*qsi/sqrt(1-qsi^2))
MUP =   39.4528
```

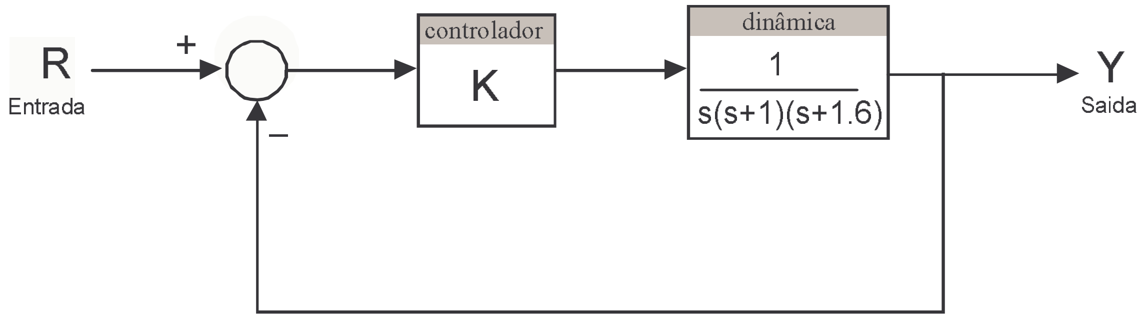



```
>> % conferindo com o MUP real,
usando Data Cursor e importando
como mup_sys
>> % ATENÇÃO : delete antes todos
os pontos que foram marcados antes
com o cursor !!!
>> mup_sys
mup_sys =
      Position: [4.2329 1.3860]
>> % o MUP real é de 39%.  A
  diferença para o sistema de 2a
  ordem é desprezível.
>> % previsão analítica do tempo
de acomodação
>> Ts=4/(qsi*wn)
Ts =   15.7381
>> % conferindo com o Ts real - use Data Cursor e encontre o tempo
>> % a partir do qual a resposta fica a 2% do valor final 0,98 < y < 1,20
>> ts_sys
ts_sys =
      Position: [15.8733 0.9780]
>> % portanto Ts = 16s e a diferença é desprezível
>>
```

ATIVIDADE PRÁTICA 5

DATA LIMITE DE ENTREGA : 1º de junho

1. Encontre o valor máximo de K para o qual o sistema abaixo é estável (use Routh-Hurwitz, analítico):



2. Para K=2 e para K=3, encontre, a partir da resposta em frequencia, o modelo simplificado de 2º grau do sistema (especificando os valores de ξ e ω_n.

3. Compare os diagramas de Bode e as respostas a degrau dos modelos simplificados com as respostas a degrau do sistema original.