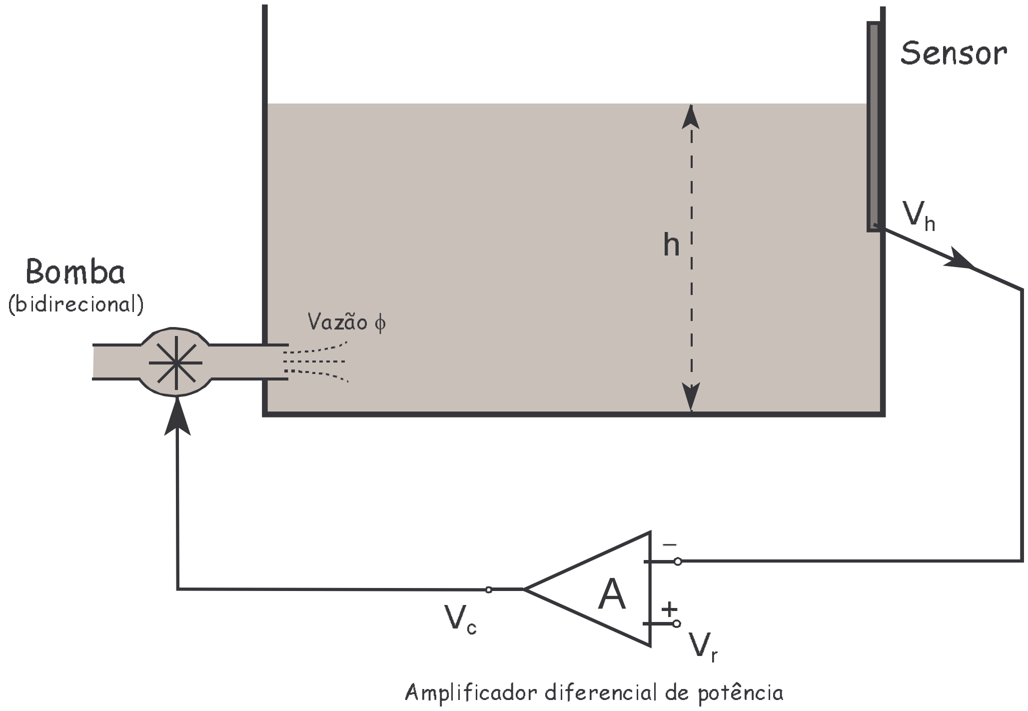
CONTROLADOR DE NÍVEL AJUSTÁVEL



Sensor: $V_h = \alpha.(h - h_0)$ $\quad$ h_0 = nível de referência do sensor

Amplificador: $V_c = A.(V_r - V_h)$

Bomba: $V_c > 0 \Rightarrow \phi > 0$ (entra água no reservatório)
$V_c < 0 \Rightarrow \phi < 0$ (sai água do reservatório)

Reservatório: $\phi = B.\dfrac{dh}{dt}$ (B é um fator geométrico)

Modelando a bomba:

seja v = velocidade da água pela bomba
$\phi \propto v$
F = força (torque) no eixo da bomba $\propto V_c$

$$F_{atrito} + F_{inércia} = F \quad \Rightarrow \quad \lambda v + m\frac{dv}{dt} = K.V_c \quad \Rightarrow \quad a.\phi + b\frac{d\phi}{dt} = V_c$$

- supomos que α, A, B, a, b são constantes

- estamos desprezando, por exemplo, a influência da pressão à profundidade h sobre a saída da bomba.

1º MODO DE ANÁLISE: OBTER A EQUAÇÃO DIFERENCIAL PARA h(t)

A entrada do sistema é $V_r(t)$, e a saída é h(t)

O parâmetro mais fácil de ajustar é o ganho A do amplificador.

Para simplificar, vamos supor $\alpha = 1$, $B = 1$, $a = 1$, $b = 1$.

$$\begin{cases} V_h = h - h_0 \\ V_c = A.(V_r - V_h) \\ \phi = h' \\ \phi + \phi' = V_c \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \boxed{h'' + h' + Ah = A(V_r + h_0)}$$

Note que, para V_r constante, a solução de regime é $h(\infty) = V_r + h_0$, como deve ser.

condições iniciais:

suponhamos que o sistema, em t = 0, está em equilíbrio com $V_r = V_r^0$

nessa situação, teremos $V_c = 0$, $V_h = V_r^0 = h - h_0$. Portanto, $\boxed{h(0) = V_r^0 + h_0}$

como $h' = \phi$, teremos $\boxed{h'(0) = 0}$

Se V_r permanecer constante em V_r^0, h permanecerá em equilíbrio em $(V_r^0 + h_0)$.

A equação característica do sistema é $x^2 + x + A = 0$
O discriminante é $\Delta = 1 - 4A$.
Se o ganho A for menor que ¼, a resposta do sistema será amortecida exponencialmente.
Se A > ¼ , a resposta será amortecida porém oscilatória.

2º MODO DE ANÁLISE: RESOLVER O PROBLEMA USANDO A TRANSFORMADA DE LAPLACE

Vamos supor o caso em que o nível de referência do sensor é $h_0 = 1$,
que o sistema está em equilíbrio no valor h(0) = 1 ($V_r^0 = 0$)
e que V_r sofre um ajuste brusco de 0 para 1 (degrau unitário).

Nesse caso, se o sistema for estável, ele deve equilibrar no novo valor h = 2.

No domínio da frequencia, as equações ficam:

$$\begin{cases} V_h = h - 1/s \\ V_c = A.(1/s - V_h) \\ \phi = sh - 1 \\ \phi + s\phi = V_c \Rightarrow (s+1)\phi = V_c \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \boxed{h(s) = \frac{s^2 + s + 2A}{s(s^2 + s + A)}}$$

A resposta consiste em um degrau de amplitude 1 (do valor inicial 1 para o valor final 2) superposto a um transiente que pode ser exponencial (se A < ¼) ou exponencial oscilatório (se A > ¼).

A constante de tempo de cada exponencial na resposta é dada pela posição dos pólos de h(s), mas a duração do transiente também depende dos zeros de h(s), se eles estiverem próximos dos pólos.

3º MODO DE ANÁLISE: MONTAR UM DIAGRAM DE BLOCOS PARA SIMULAÇÃO

O tipo de diagrama de blocos adotado depende um tanto da técnica e do software de simulação.

O modo mais comum é usar funções de transferência para cada componente do sistema, com um conjunto de blocos integradores e/ou diferenciadores quando necessários, ligados por somadores, multiplicadores ou operações matemáticas mais complicadas. É preciso cuidado e um tanto de prática para tratar corretamente as condições iniciais.

Vamos utilizar aqui o SIMULINK, que acompanha o MATLAB. Este exemplo simples serve como uma primeira apresentação da biblioteca de objetos do SIMULINK.

O diagrama que vamos montar no SIMULINK não é o único possível. A utilização eficiente de qualquer software de simulação e análise de sistemas requer treino e prática. Quando tratamos de sistemas mais complexos, o diagrama de blocos mais adequado é decidido após um trabalho de equipe que pode durar um bom tempo.

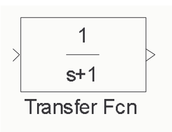
Vamos re-escrever as equações de cada parte do sistema, para $h_0 = 1$, na sequencia em que as coisas acontecem. (vamos adotar $\alpha = 1$, $B = 1$, $a = 1$, $b = 1$ para simplificar o exemplo)

Partindo do sinal de erro $e = V_r - V_h$, temos $\begin{cases} e = V_r - V_h \\ V_c = A.e \\ \phi + \phi' = V_c \\ \phi = h' \\ V_h = h - 1 \end{cases}$

A sequencia é $(V_r - V_h) \to e \to V_c \to \phi \to h \to V_h$.

O valor V_h é realimentado para compor o sinal de erro.

Para montar um diagrama de blocos apropriado ao SIMULINK, é preciso compreender alguns objetos da biblioteca do programa.

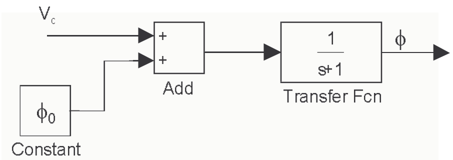
Um desses objetos representa uma função de transferência: 

Note que uma função de transferência é definida para condições iniciais nulas.

No nosso caso, a equação $\phi + \phi' = V_c$ fica, no domínio da frequencia, $(s + 1)\phi = V_c$, uma vez que $\phi(0) = 0$.

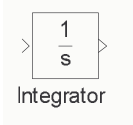
Portanto, isso corresponde à função de transferência $\dfrac{\phi}{V_c} = \dfrac{1}{s+1}$.

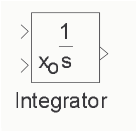
No caso geral em que $\phi(0) = \phi_0 \neq 0$, teríamos $(s\phi - \phi_0) + \phi = V_c \Rightarrow \phi = \dfrac{V_c + \phi_0}{s+1}$,

e isso poderia ser representado por 

O conteúdo do bloco "Transfer Fcn" pode ser modificado, bastando clicar duas vezes sobre ele e especificar os coeficientes do numerador e do denominador.

Já a passagem de ϕ para h corresponde a uma integração. Um integrador envolve uma condição inicial, que é o valor inicial da variável que é integrada.

Um integrador com condição inicial 0 é representado por 

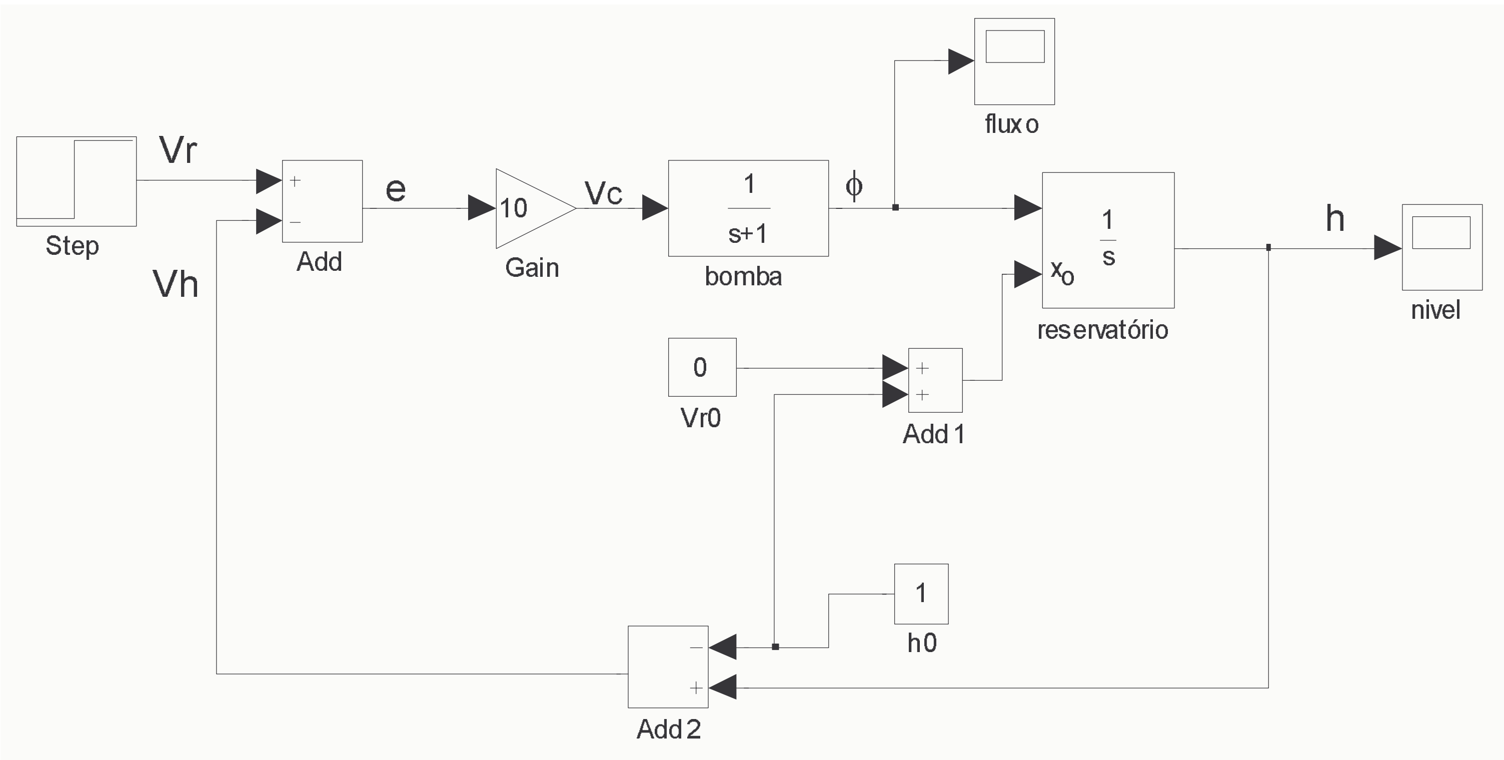
Podemos especificar uma condição inicial para o integrador, clicando duas vezes sobre ele e especificando um valor no campo adequado. Se a condição inicial é especificada como "external", aparece uma entrada adicional no bloco, que deve ser conectada à variável desejada: 

No nosso caso, escolheremos simular o que acontece quando a entrada V_r é alterada, estando o nível h em equilíbrio no valor $V_r^0 + h_0 = 0 + 1$. (achamos melhor especificar explicitamente o valor 0 para V_r^0, para que possa ser alterado facilmente).

O SIMULINK trata cada entrada como uma fonte (source). No nosso caso, a entrada é a voltagem de controle V_r. Selecionamos um bloco da família "sources" para gerar o sinal $V_r(t)$. Escolheremos aqui um degrau (step), porque desejamos simular o que acontece quando V_r passa bruscamente de um valor a outro. Pode-se especificar os valores inicial e final do degrau clicando duas vezes sobre o bloco step. Escolhemos aqui initial value = 0, final value = 1. Podemos especificar também o instante de tempo em que o degrau ocorre. Escolhemos step time = 1.

As saídas desejadas são os sorvedouros (sinks). Podemos direcionar as saídas para vários tipos de blocos, conforme o que deve ser feito com elas. No nosso caso, queremos visualizar o que acontece ao longo do tempo. Para isso, usamos o bloco Scope, que simula um gráfico da variável em função do tempo. Escolheremos aqui visualizar o fluxo ϕ e o nível do reservatório h.

O diagrama SIMULINK final ficou como abaixo:



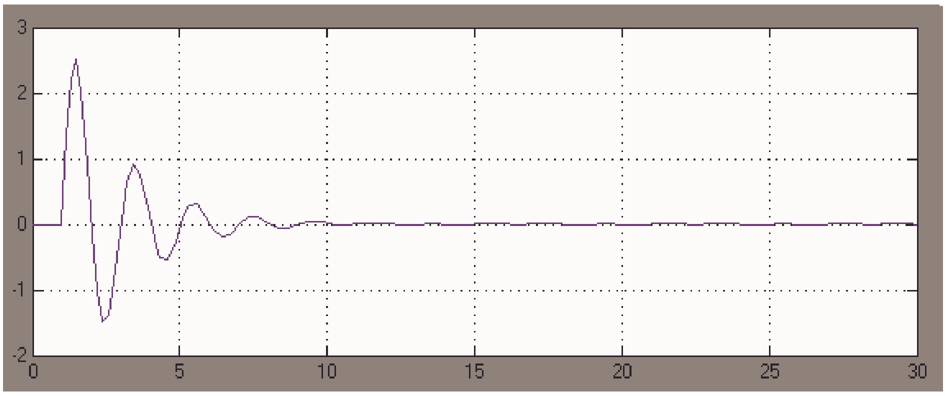
$$\begin{cases} e = V_r - V_h \\ V_c = A.e \\ \phi + \phi' = V_c \\ \phi = h' \\ V_h = h - 1 \end{cases}$$

Escolhemos um ganho A = 10, e portanto esperamos uma resposta oscilatória.

No menu Simulation → Confuguration Parameters, escolhemos os valores inicial e final dos instantes de tempo para simulação. Por exemplo, Start time = 0 e Stop Time = 30.

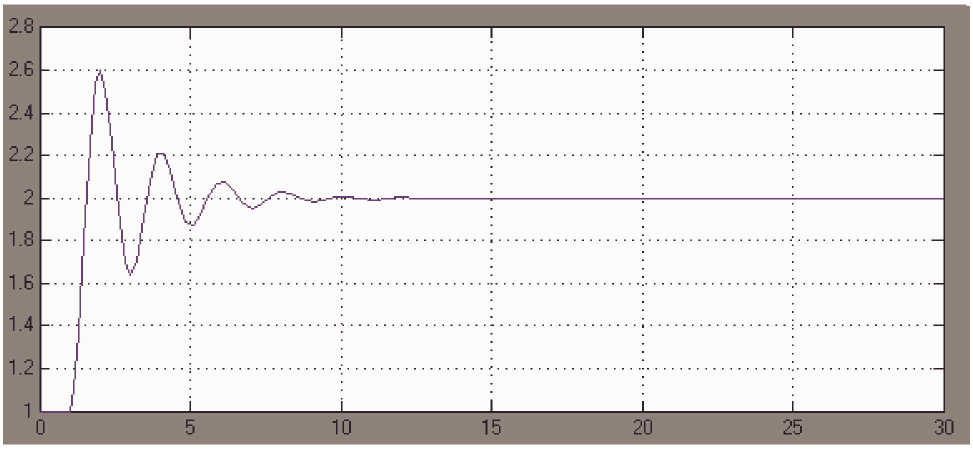
Para rodar a simulação, selecione Simulation → Start. Clique duas vezes sobre cada bloco Scope. As janelas com as saídas dos Scopes mostram a evolução temporal do fluxo e do nível no reservatório (clique com o botão direito do mouse sobre cada janela e seleciona autoscale, para melhor visualização). Os resultados aparecem abaixo:

Fluxo ϕ



tempo

Nível h



tempo

ATIVIDADE 2

USO DO MATLAB

– Encontre os resultados da simulação do controlador de nível no SIMULINK para os valores de A = 0,1, 0,2, 0,25, 0,5, 10 e 20.