MATEMÁTICA II - Engenharias/Itatiba

1º Semestre de 2009

Prof. Maurício Fabbri

6ª Série de Exercícios

LIMITES FUNDAMENTAIS

Alguns limites importantes podem ser calculados apenas por inspeção ou efetuando uma fatoração simples.

Exercício 1: Determine os limites abaixo:

(a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x}{x+1}$ (b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x^2+3}{2x^2-3x+1}$ (c) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x^3+3}{2x+1}$ (d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x+3}{2x^2+1}$ (e) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\text{sen}(x)}{x}$

(f) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x}{x^2+x}$ (g) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-1}{x-1}$ (h) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x+1}{x^3+1}$ (i) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1}$ (j) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}$ (k) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-e^{-x}}{e^x-1}$

Certos limites podem ser obtidos examinando o comportamento das funções envolvidas em torno do ponto de interesse.

Exercício 2: Determine os limites abaixo, sabendo que

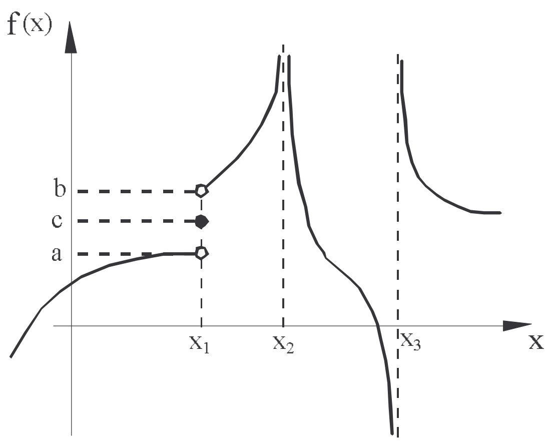
$\text{sen}(x)\approx x$ para $x\approx0$ $\cos(x)\approx1-x^2$ para $x\approx0$ $e^x\approx1+x+\dfrac{x^2}{2}$ para $x\approx0$

(a) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\text{sen}(x)}{x}$ ***(b)*** $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos(3x)}{x}$ ***(c)*** $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos(2x)}{x^2}$ ***(d)*** $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x-1}{x}$ ***(e)*** $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos(x)+5x-1}{2x}$ ***(f)*** $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{2x}+e^{-2x}-2}{1-\cos(3x)}$

CONTINUIDADE

Uma função *f(x)* é contínua no ponto x_0 se e só se existe $f(x_0)$ e $f(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$.

Quando uma função *f(x)* é contínua em um ponto x_0, podemos calcular $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ simplesmente substituindo x por x_0 na fórmula da função (a função existe em x_0, não dá "saltos" em x_0 e nem tem "infinitos" no ponto x_0).



No gráfico ao lado, vemos que

$\lim\limits_{x\to x_{1+}}f(x)=b$ $\lim\limits_{x\to x_{1-}}f(x)=a$ e $f(x_1)=c$

Portanto $\nexists\lim\limits_{x\to x_1}f(x)$, *f(x)* é descontínua no ponto x_1.

Também $\nexists\lim\limits_{x\to x_2}f(x)$. Aliás, $\nexists f(x)$ para $x=x_2$.

Podemos escrever, pelo que o gráfico parece indicar, que $\lim\limits_{x\to x_{2-}}f(x)=+\infty$ e que $\lim\limits_{x\to x_{2+}}f(x)=+\infty$.

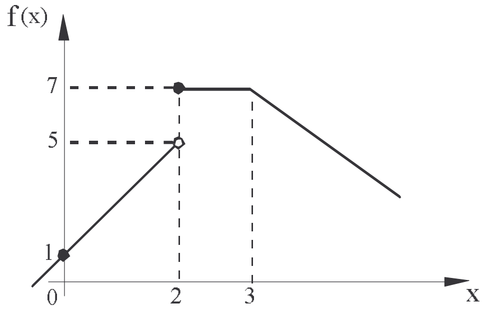
No ponto x_3, o gráfico indica que $\lim\limits_{x\to x_{3-}}f(x)=-\infty$ e $\lim\limits_{x\to x_{3+}}f(x)=+\infty$.

f(x) é descontínua nos pontos x_1, x_2 e x_3.
f(x) parece ser contínua em qualquer ponto $x\notin\{x_1,x_2,x_3\}$.

(dizemos "*parece ser*" porque um gráfico não é capaz de indicar todas as informações a respeito de *f(x)*).

Exercício 3:

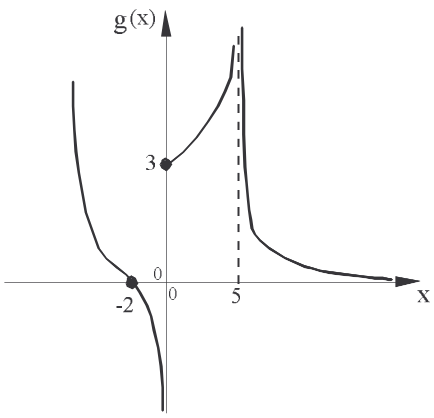
Quais os valores dos limites pedidos? *(siga apenas a indicação dos gráficos)*



$\lim\limits_{x\to 2_+} f(x) =$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to 2_-} f(x) =$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to 2} f(x) =$

$\lim\limits_{x\to 3_+} f(x) =$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to 3_-} f(x) =$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to 3} f(x) =$

$\lim\limits_{x\to 0} f(x) =$

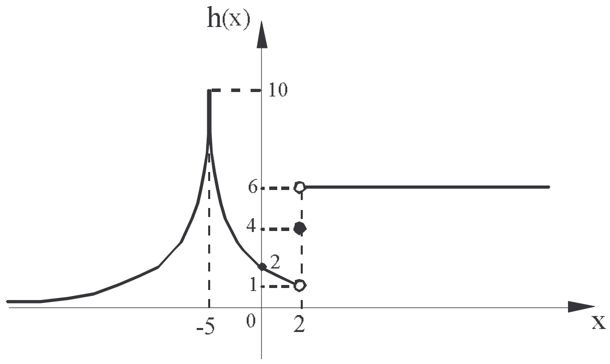


$\lim\limits_{x\to -\infty} g(x) =$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to -2} g(x) =$

$\lim\limits_{x\to 0_-} g(x) =$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to 0_+} g(x) =$

$\lim\limits_{x\to 5_-} g(x) =$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to 5_+} g(x) =$

$\lim\limits_{x\to +\infty} g(x) =$



$\lim\limits_{x\to -\infty} h(x) =$

$\lim\limits_{x\to -5_-} h(x) =$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to -5_+} h(x) =$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to -5} h(x) =$

$\lim\limits_{x\to 0} h(x) =$

$\lim\limits_{x\to 2_-} h(x) =$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to 2_+} h(x) =$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to 2} h(x) =$

$h(2) =$

$\lim\limits_{x\to 10} h(x) =$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to +\infty} h(x) =$

OUTROS LIMITES IMPORTANTES

Exercício 4: Marque na reta real a seqüência de pontos

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ x_{i+1} = \dfrac{1 - x_i}{2} \end{cases} \qquad \text{para } i = 0,1,2,3 \text{ e } 4.$$

Para qual ponto essa seqüência converge, isto é, para qual valor tendem os x_i quando fazemos $i \to \infty$?

Exercício 5: A divisão áurea de um segmento $\overline{AC}$ é definida do seguinte modo: um ponto B divide $\overline{AC}$ em duas partes, de modo que a razão entre o segmento todo e a parte maior seja igual à razão entre a parte maior e a parte menor. A razão entre o segmento maior e o segmento menor é chamada de *razão áurea*, ou *proporção divina*. Os antigos achavam que um retângulo cujos lados estejam na proporção divina é esteticamente perfeito (o *retângulo áureo*).

(a) mostre que a proporção divina é o número irracional $r = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

(b) encontre as medidas de um retângulo áureo de perímetro 20cm. *(respostas com dois significativos)*

(c) mostre que r pode ser escrito como $r = 1 + \dfrac{1}{r} = 1 + \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{r}} = 1 + \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dots}}}$

(d) A seqüência de Fibonacci consiste na fila de números 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... , que não tem fim. Se denotarmos o n-ésimo número por A_n, essa seqüência obedece à lei $A_n = A_{n-1} + A_{n-2}$, para $n > 2$. Pode-se demonstrar que a razão $\dfrac{A_n}{A_{n-1}}$ tende à razão áurea à medida que n cresce. Verifique isto usando sua calculadora.

Exercício 6: Para quais valores tendem as séries abaixo?

(a) $a_n = \dfrac{1}{n}$, para n = 1,2,3,... $= 1, \dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{4}, \dots$

(b) $a_n = \dfrac{n}{n+1}$, para n = 1,2,3,... $= \dfrac{1}{2}, \dfrac{2}{3}, \dfrac{3}{4}, \dots$

(c) $a_n = \dfrac{n}{\sqrt{n}}$, para n = 1,2,3,... $= 1, \dfrac{2}{\sqrt{2}}, \dfrac{3}{\sqrt{3}}, 2, \dots$

(d) $a_n = \dfrac{2^n}{n!}$, para n = 1,2,3,... $= 2, 2, \dfrac{8}{6}, \dfrac{16}{24}, \dfrac{32}{120}, \dots$

Exercício 7: Para quais valores tendem as somas abaixo?

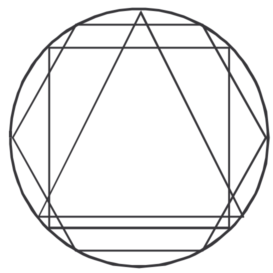
(a) $1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{8} + \dfrac{1}{16} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{1}{2^n}$

(b) $1 - \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{8} + \dfrac{1}{16} - \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{2^n}$

(c) $1 + \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{9} + \dfrac{1}{27} + \dfrac{1}{81} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{1}{3^n}$

(d) $1 - \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{9} - \dfrac{1}{27} + \dfrac{1}{81} - \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{3^n}$

Exercício 8: Sejam P_N e S_N, respectivamente, o perímetro e a área de um polígono regular de N lados inscrito em uma circunferência de raio 1. Qual o valor de $P = \lim_{N\to\infty} P_N$? Qual valor de $S = \lim_{N\to\infty} S_N$?



Exercício 9: Sabendo que $\lim_{x\to\infty} (1+x)^{1/x} = e$ *(limite de Euler)*, quais os valores dos limites abaixo?

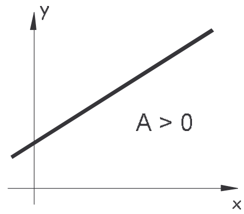
(a) $\lim_{x\to 0} \left(1 + \dfrac{1}{x}\right)^x$ (b) $\lim_{x\to\infty} (1+3x)^{1/x}$ (c) $\lim_{x\to 0} \left(1 + \dfrac{1}{2x}\right)^{5x}$

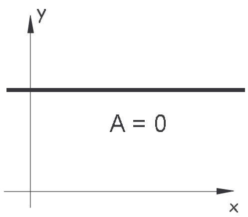
A EQUAÇÃO DA RETA

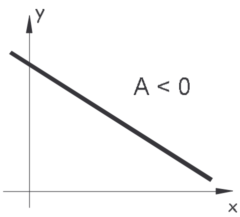
$\boxed{y = Ax + B}$

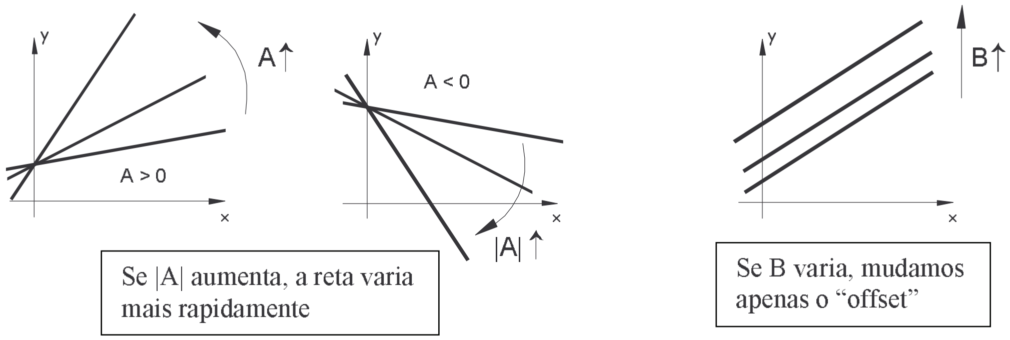
A = inclinação da reta (coeficiente angular)
B = ponto de zero ("offset")

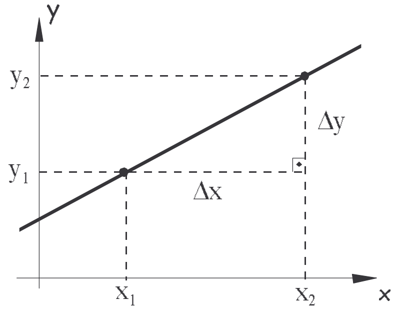
(se a reta for paralela ao eixo y, sua equação será $x = x_0$)











Se uma reta passa pelos pontos (x_1, y_1) e (x_2, y_2),

sua inclinação será $\quad A = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$

<u>**Exercício 10**</u>: Determine a equação da reta que passa pelos pontos: (a) (1,2) e (7,8) (b) (1,2) e (−1,4)

<u>**Exercício 11**</u>: A coluna de um termômetro de mercúrio tem 15cm de altura a 25°C e 27cm a 35°C. Supondo que a altura da coluna aumenta linearmente com a temperatura,

(a) Escreva a fórmula que dá a altura da coluna de mercúrio em função da temperatura;
(b) Qual será a altura da coluna quando a temperatura for de 43 °C ?
(c) Qual a temperatura em que a altura da coluna é de 20cm ?
(d) Se a escala do termômetro tiver um total de 80cm de comprimento, quais as temperaturas máxima e mínima que ele será capaz de medir?

<u>**Exercício 12**</u>: O gradiente de temperatura ao longo de uma barra de Alumínio de 2,5m de comprimento é de 1,8°C/cm. A temperatura da extremidade fria é 80°C.

(a) Qual a temperatura na extremidade quente?
(b) Escreva a fórmula que dá a temperatura em uma posição da barra em função da distância à extremidade fria. *(suponha que a extremidade fria está na posição 0)*
(c) Qual a temperatura no meio da barra?
(d) Em que posição a temperatura é de 250°C?

<u>**Exercício 13**</u>: Esboce no plano cartesiano retas que passem pelo ponto (2,1) e tenham inclinações

(a) 0, 1, 2, 5, 10 e 20
(b) −2 e 2
(c) 2 e −1/2
(d) 0 e ∞

<u>**Exercício 14**</u>: (a) Encontre a inclinação da secante à parábola $y = x^2$ que passe pelos pontos (1,1) e $((1+\delta), (1+\delta)^2)$, para δ = 1, 0,5, 0,01 e 0,001.

(b) qual deve ser a inclinação da tangente à parábola $y = x^2$ pelo ponto (1,1) ?
(c) descreva um método numérico para estimar a inclinação da tangente à curva que representa uma função $y = f(x)$ pelo ponto (x_0, y_0).
(d) aplique seu método à função $y = x^3$ pelo ponto (1,1).

O NÚMERO *e*

$$e = 2{,}718281828459045235360287... = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 2+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\frac{1}{4!}+...$$

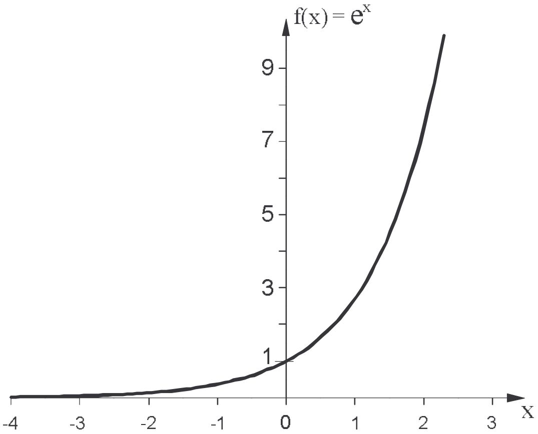
e é o "número de Neper", ou a "base dos logaritmos naturais ou neperianos"
e é um número transcendental (não é raiz de nenhum polinômio com coeficientes racionais)
(*um outro número transcendental conhecido é o π*)

Exercício 15: Obtenha com a calculadora os números seguintes, expressando o resultado com *quatro significativos*:

(a) $e =$ (b) $e^{-1} =$ (c) $e^2 =$ (d) $e^{-2} =$ (e) $e^3 =$ (f) $e^{-3} =$
(g) $e^{1/4} =$ (h) $e^{-1/4} =$ (i) $e^0 =$
(j) $e^{20} =$ (k) $e^{-20} =$ (l) $e^{\sqrt{2}} =$ (m) $e^{-\sqrt{2}/5} =$

A FUNÇÃO EXPONENCIAL

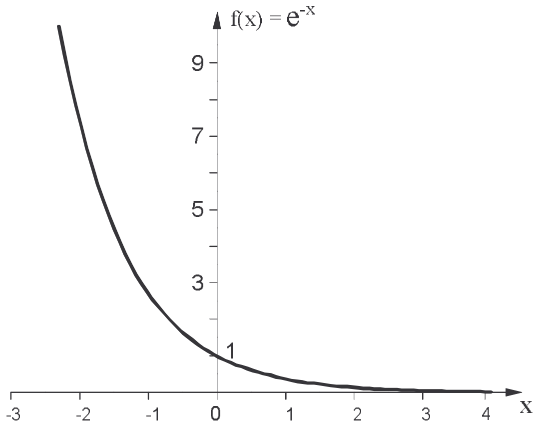
$f(x) = e^x$ tem as seguintes propriedades importantes:



- é sempre crescente
- $f(x) > 0$ para todo x
- $f(0)=1$
- $\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$
- $\lim_{x\to+\infty} e^x = \infty$
- f(x) "*cresce mais rápido*" que qualquer potência de x, para x suficientemente grande:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^n} = \infty, \text{ para qualquer n.}$$

$f(x) = e^{-x}$ tem as seguintes propriedades importantes:



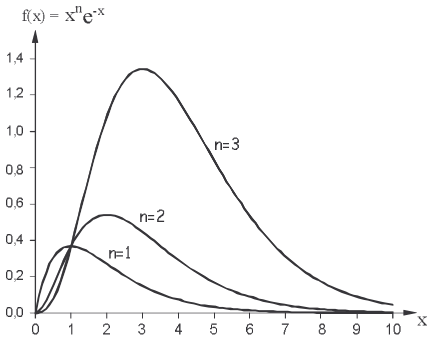
- é sempre decrescente
- $f(x) > 0$ para todo x
- $f(0)=1$
- $\lim_{x\to+\infty} e^{-x} = 0$
- $\lim_{x\to-\infty} e^{-x} = \infty$
- e^{-x} "*é capaz de matar*" qualquer potência de x, para x suficientemente grande:

$$\lim_{x\to+\infty} x^n e^{-x} = 0, \text{ para qualquer n.}$$

Exercício 16: Escreva cada uma das seguintes funções como uma única exponencial:

(a) $f(x) = e^x.e^{2x}$ (b) $g(x)=e^{2x}.e^{-x/3}$ (c) $h(x) = \dfrac{e^{3x}}{e^{5x}}$ (d) $m(x) = \dfrac{e^{5x/2}}{e^{-x}}$

A figura ao lado mostra como a exponencial decrescente "*mata*" o crescimento de x^n, para n=1,2 e 3.



A FUNÇÃO EXPONENCIAL - forma geral

Uma função exponencial decrescente é comumente escrita como $f(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$, onde a constante positiva τ é chamada de *constante de tempo*.
A é o valor inicial da exponencial (em t=0).
Um critério prático muito utilizado é que a exponencial "morre" após três constantes de tempo, ou seja, para $t > 3\tau$. Confira na calculadora a tabela abaixo:

T	τ	2τ	3τ	4τ	5τ	6τ	7τ	8τ	9τ	10τ
$e^{-t/\tau}$	0,368	0,135	0,0497	0,0183	0,00674	0,00248	0,000912	0,000335	0,000123	$< 10^{-4}$

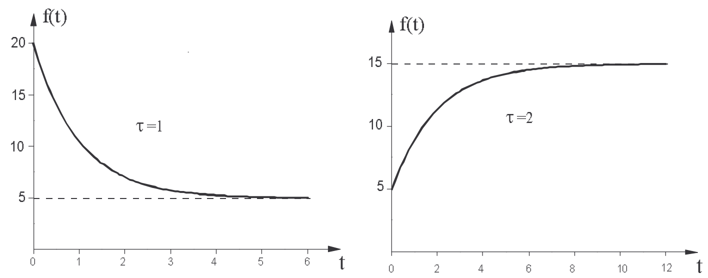
Uma exponencial decrescente pode expressar um "transiente", isto é, uma grandeza que varia com o tempo a partir de um valor inicial e tende a um valor de "regime", ou de "equilíbrio".

Se I é o valor inicial, F é o valor final e τ é a constante de tempo, um regime transiente exponencial pode ser escrito como:

$$f(t) = F + (I - F)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Note que f(0)=I, f(∞)=F e o tempo que o transiente dura é da ordem de 3τ.

Exemplos:



Exercício 17: Escreva a fórmula de cada um dos dois transientes ilustrados na figura acima.

Exercício 18: Um copo de água é retirado da geladeira a 5°C, e esquenta gradualmente até chegar à temperatura ambiente, de acordo com:

$$T(t) = 28 - 23e^{-t} \qquad \begin{cases} \text{t em minutos} \\ \text{T em } ^\circ\text{C} \end{cases}$$

(a) Esboce o gráfico T *versus* t.
(b) Qual o valor da temperatura ambiente?

Exercício 19: Um copo de água, retirado do microondas, esfria gradualmente até chegar à temperatura ambiente, de acordo com:

$$T(t) = 23 + 62e^{-t/4} \qquad \begin{cases} \text{t em minutos} \\ \text{T em } ^\circ\text{C} \end{cases}$$

(a) Esboce o gráfico T *versus* t.
(b) Qual o valor da temperatura inicial? Da temperatura ambiente?
(c) Após quanto tempo a temperatura chegará a 23,2°C?

A FUNÇÃO LOG

DEFINIÇÃO : Sendo $a > 0$ e $a^b = c$, então $b = \log_a c$
NOTE QUE $c > 0$ sempre.

Na ausência de qualquer outra indicação, $\log$ indica $\log_{10}$ e $\ln$ indica $\log_e$.

Exercício 20: Obtenha com a calculadora os números seguintes, expressando o resultado com *quatro significativos*:

(a) $\log(2) =$ (b) $\ln(2) =$ (c) $2*\ln(3) =$ (d) $\ln(3^2) =$ (e) $\ln(5\times8) =$ (f) $\ln(5)+\ln(8) =$
(g) $\ln(12/7) =$ (h) $\ln(12)-\ln(7) =$ (i) $\log(\sqrt{2}) =$ (j) $\frac{1}{2}\log(2) =$

Os resultados acima ilustram as propriedades mais conhecidas dos logaritmos.
Em qualquer base,

$\log(a\times b) = \log(a)+\log(b)$; $\log(a/b) = \log(a) - \log(b)$; $\log(x^n) = n.\log(x)$

Mudança de base : $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

Exercício 21: Utilize sua calculadora para encontrar um número x tal que (*respostas com três significativos*):

(a) $2^x = 5$ (b) $\pi^x = 2$ (c) $3e^x = 5$ (d) $5e^x = 2$ (e) $10^x = e$

→ É interessante e útil notar que $A^{\log_A x} = x$.

Exercício 22: Encontre o valor de x em cada uma das equações abaixo (*respostas com três significativos*):

(a) $2^{\sqrt{2}} = e^x$ (b) $2^{-\sqrt{2}} = e^x$ (c) $2^{-\sqrt{2}} = 5e^{-x}$ (d) $2^{\sqrt{2}} = 7e^{-x/4}$

Exercício 23: A meia-vida de um material radioativo é o tempo necessário para que metade dos átomos de uma amostra sofra decaimento. Para uma amostra de Polônio, o número de átomos radioativos remanescentes após t dias é dado por $N_0 e^{-t/200}$, onde N_0 é a quantidade inicial de átomos radioativos na amostra.

(a) Qual a meia-vida do Polônio?
(b) Quanto tempo seria necessário para que restasse apenas 1% dos átomos radioativos da quantidade inicial na amostra?

Exercício 24: A meia-vida do Carbono 14 é de 5730 anos. Em uma amostra de madeira fossilizada, constatou-se a presença de apenas 15% do C_{14} encontrado numa árvore viva. Estime a idade da amostra.

RESPOSTAS

Exercício 1: (a) 2 (b) 2,5 (c) $-\infty$ (d) 0 (e) 0 (f) 1 (g) 2 (h) 1/3 (i) 2 (j) -1 (k) 1
Exercício 2: (a) 1 (b) 0 (c) 2 (d) 1 (e) 2,5 (f) 8/9
Exercício 3: $\lim\limits_{x\to2_+} f(x)=7$ $\lim\limits_{x\to2_-} f(x)=5$ $\lim\limits_{x\to2} f(x)=\nexists$ $\lim\limits_{x\to3_+} f(x)=7$ $\lim\limits_{x\to3_-} f(x)=7$ $\lim\limits_{x\to3} f(x)=7$ $\lim\limits_{x\to0} f(x)=1$

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$ $\lim\limits_{x\to-2} g(x)=0$ $\lim\limits_{x\to0_-} g(x)=-\infty$ $\lim\limits_{x\to0_+} g(x)=3$ $\lim\limits_{x\to5_-} g(x)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to5_+} g(x)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=0$

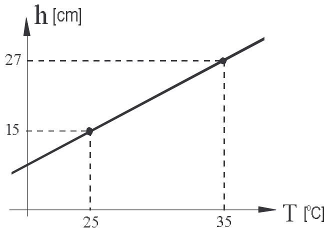
$\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)=0$ $\lim\limits_{x\to-5_-} h(x)=10$ $\lim\limits_{x\to-5_+} h(x)=10$ $\lim\limits_{x\to-5} h(x)=10$ $\lim\limits_{x\to0} h(x)=1$

$\lim\limits_{x\to2_-} h(x)=1$ $\lim\limits_{x\to2_+} h(x)=6$ $\lim\limits_{x\to2} h(x)=\nexists$ $h(2)=4$ $\lim\limits_{x\to10} h(x)=6$ $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=6$

Exercício 4: 1/2 , 1/4 , 3/8, 5/16, 11/32; convergem para 1/3
Exercício 5: (b) 6,2cm e 3,8cm
Exercício 6: (a) 0 (b) 1 (c) ∞ (d) 0
Exercício 7: (a) 2 (b) 2/3 (c) 1,5 (d) ¾
Exercício 8: 2π e π
Exercício 9: (a) e (b) e^3 (c) $e^{2,5} = 12{,}182...$

Exercício 10: (a) y = x + 1 (b) y = 3 − x

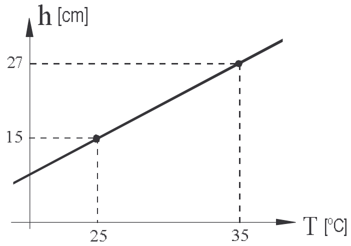
Exercício 11: (a)



$$h = AT + B$$
$$A = \frac{\Delta h}{\Delta T} = \frac{27-15}{35-25} = 1{,}2\ \text{cm}/^\circ\text{C}$$
$$h = 1{,}2T + B$$
$$15 = 1{,}2(25) + B \ \Rightarrow\ B = -15$$
$$\boxed{h = 1{,}2T - 15 \quad \begin{cases} T \text{ em } ^\circ C \\ h \text{ em cm} \end{cases}}$$

(b) $h(43^\circ C) = 1{,}2(43)-15 = 36{,}6$cm
(c) $20 = 1{,}2T-15 \ \Rightarrow\ T = 29{,}2^\circ C$
(d) no mínimo, teremos h = 0 $\Rightarrow$ $0 = 1{,}2T - 15$ $\Rightarrow$ $T_{min} = 12{,}5^\circ C$
no máximo, teremos h = 80cm $\Rightarrow$ $80 = 1{,}2T - 15$ $\Rightarrow$ $T_{max} = 79{,}2^\circ C$

Exercício 12: (a) como a temperatura varia 1,8°C em cada cm, e a barra tem 2,5m = 250cm, segue que a temperatura na extremidade quente é de $1{,}8\times250 = 530^\circ C$.



(b) posicionando a barra de modo que a extremidade fria esteja em x = 0 e que a extremidade quente esteja ao longo do eixo x e na direção de x positivo, teremos

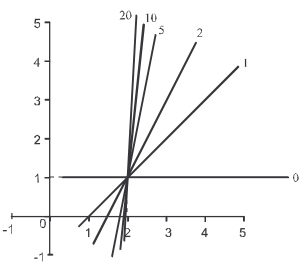
$$T = 1{,}8x + 80 \quad \begin{cases} x \text{ em cm} \\ T \text{ em } ^\circ C \end{cases}$$

(c) como a variação é linear, a temperatura no meio da barra pode ser encontrada por uma média aritmética simples (ou seja, a temperatura no meio é o "meio" da temperatura…):

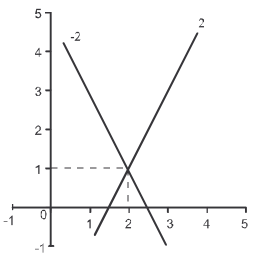
$$T_M = \frac{530+80}{2} = 305^\circ\ C$$

(confira que o resultado é o mesmo se voce utilizar a equação encontrada no item anterior)
(d) 94,4cm

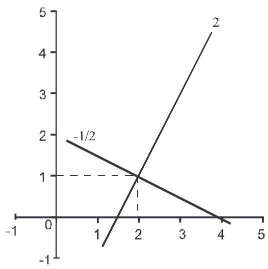
Exercício 13: (a)



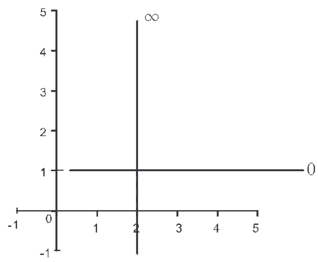
(b)



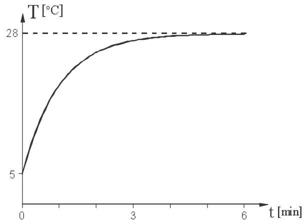
(c)



(d)

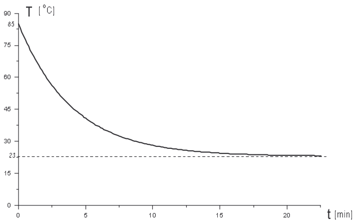


Exercício 14: (a) 3 ; 2,5; 2,01 ; 2,001 (b) 2 (d) 3
Exercício 15: (a) 2,718 (b) 0,3679 (c) 7,389 (d) 0,1353 (e) 20,09 (f) 0,04979 (g) 1,284 (h) 0,7788 (i) 1,000 (j) $4{,}852\times10^8$ (k) $2{,}061\times10^{-9}$ (l) 4,113 (m) 0,7536
Exercício 16: (a) $f(x)=e^{3x}$ (b) $g(x)=e^{5x/3}$ (c) $h(x)=e^{-2x}$ (d) $m(x)=e^{7x/2}$
Exercício 17: $f(t) = 5+15e^{-t}$ e $f(t) = 15-10e^{-t/2}$
Exercício 18:



(b) $T_{ambiente} = T(\infty) = 28^\circ C$

Exercício 19:



(b) $T_{inicial} = T(0) = 85^\circ C$ $T_{ambiente} = T(\infty) = 23^\circ C$
(d) $T=23{,}2^\circ C \Rightarrow t = 22\text{min}57\text{s}$

Exercício 20: (a) 0,3010 (b) 0,6931 (c) 2,197 (d) 2,197 (e) 3,689 (f) 3,689 (g) 0,5390 (h) 0,5390 (i) 0,1505 (j) 0,1505
Exercício 21: (a) 2,322 (b) 0,6055 (c) 0,5108 (d) −0,9163 (e) 0,4343
Exercício 22: (a) 0,9803 (b) −0,9803 (c) 2,5897 (d) 3,8626
Exercício 23: (a) ≅ 140 dias (b) ≅ 2 anos e 6 meses
Exercício 24: aproximadamente quinze mil e setecentos anos.