Disciplina: Cálculo I *REVISÃO 2ª Prova* **Professor** Maurício Fabbri

INSTRUÇÕES:

- É permitido o uso da calculadora.
- É proibido emprestar a calculadora durante a prova.
- Apenas resultados numéricos corretos acompanhados do procedimento correto de resolução serão considerados na correção.
- A questão é considerada INCORRETA se o procedimento for incorreto, mesmo que o resultado numérico coincida com a resposta certa.
- Não serão permitidas perguntas durante a prova, exceto sobre algum texto ilegível.
- A prova deve ser feita sem consulta. É proibido o uso do celular.
- O valor de cada questão é 1,2 .

Ex.1) Qual a função S(x) que dá a área compreendida entre a reta y = 0 e o gráfico de $f(x) = 3x^2 - 2$, no intervalo [3, x] ?

Resolução: Basta usar o teorema fundamental do cálculo. Devemos ter $\dfrac{dS}{dx} = 3x^2 - 2$, e, portanto, $S(x) = x^3 - 2x + K$. Para que S(3) = 0, devemos ter K = −21. Logo, $S(x) = x^3 - 2x - 21$.

(Voce pode também resolver direto a integral $S(x) = \int_3^x (3x^2 - 2)dx$)

Reforço: Qual a função S(x) que dá a área compreendida entre a reta y = 0 e o gráfico de $f(x) = 6x^2 - 4$, no intervalo [−1, x] ? *Resposta:* *$S(x) = 2x^3 - 4x - 2$.*

Ex.2) Qual o valor da integral $\int_{0,32}^{0,38} (4x-1)^5 dx$?

Resolução: A primitiva de $(4x - 1)^5$ é $\dfrac{(4x-1)^6}{24}$.

$$\int_{0,32}^{0,38} (4x-1)^5 dx = \left.\frac{(4x-1)^6}{24}\right|_{0,32}^{0,38} = 0,000823... - 0,00005007... = 0,00080369...$$

Reforço: Calcule $\int_{0,94}^{0,97} (5x-4)^4 dx$. *Resposta:* *0,0110254...*

Ex.3) Um automóvel acelera durante 2 minutos, a partir do instante t = 0, de modo que sua velocidade v, em km/h, varia com o tempo t (em minutos) de acordo com $v = 85\sqrt{t}$. Qual a distância total percorrida nesses 2 minutos?

Resolução: A primitiva de $\sqrt{t}$ é $\frac{2}{3}t^{3/2}$.

$$\int_0^2 85\sqrt{t}\,dt = 85 \times \frac{2}{3}\sqrt{t^3}\Big|_0^2 = 85 \times \frac{2}{3}\sqrt{8} = 160,277... \frac{km}{h} \min = 2,7km$$

Para comparação, a velocidade máxima atingida é $85\sqrt{2} = 120,208... km/h$. Se o automóvel se movesse durante todos os dois minutos com essa velocidade, ele percorreria 4,0km.

Reforço: Um automóvel acelera durante 1 minuto, a partir do instante t = 0, de modo que sua velocidade v, em km/h, varia com o tempo t (em minutos) de acordo com $v = 30\sqrt{5t}$. Qual a distância total percorrida nesse minuto? *Resposta:* *745m*

Ex.4) Encontre os valores de A, B e C de modo que $\dfrac{30(x^2-1)}{x(x+2)(x-3)} = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x+2} + \dfrac{C}{x-3}$.

Resolução: Usando a técnica dos resíduos,

$$A = \left.\frac{30(x^2-1)}{(x+2)(x-3)}\right|_{x=0} = \frac{30(-1)}{(2)(-3)} = 5 \qquad B = \left.\frac{30(x^2-1)}{x(x-3)}\right|_{x=-2} = \frac{30(3)}{(-2)(-5)} = 9 \qquad C = \left.\frac{30(x^2-1)}{x(x+2)}\right|_{x=3} = \frac{30(8)}{(3)(5)} = 16$$

Reforço: Encontre os valores de A, B e C de modo que $\dfrac{30(x^2+2)}{x(x-2)(x+3)} = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x-2} + \dfrac{C}{x+3}$.

Resposta: $A = -10$ $B = 18$ $C = 22$

Ex.5) Calcule o valor da derivada de $f(x) = \dfrac{x}{e^{-x}}$ em x = 1. E a derivada de $f(x) = \dfrac{4e^{-2x}}{x}$?

Ex.6) A posição de uma partícula que vibra em torno de x=0 é dada por $x(t) = 8e^{-2t/3}\cos(5\pi t)$, onde t está em segundos e x em cm. Qual a velocidade da mesma no instante t = 0,32s ?

Ex.7) A temperatura de um forno aumenta com o tempo de acordo com $T(t) = 210 - 190e^{-t/40}$ $\begin{cases} t \text{ em minutos} \\ T \text{ em } {}^{o}C \end{cases}$. Dentro do forno, há uma barra feita de uma liga especial, com coeficiente de dilatação 0,9mm/ºC. No instante t = 50min, com que velocidade, em mm/min, está aumentando o comprimento da barra?

Ex.8) Encontre a área sob $f(t) = \dfrac{5t^3}{t^5+8}$ para t > 0 (entre t = 0 e $t \to \infty$), com três significativos.

$$\text{Dado :} \quad \int_0^\infty \frac{x^m}{x^n + a^n}dx = \frac{\pi a^{m+1-n}}{n.\text{sen}\left[\frac{(m+1)\pi}{n}\right]} \qquad (0 < m+1 < n)$$

Resolução: Basta utilizar a fórmula dada com m=3, n=5 e $a^5 = 8$. Note que o valor de a é $8^{1/5}$. A condição 0 < m+1 < n é satisfeita.

$$\int_0^\infty \frac{5t^3}{t^5+8}dt = \frac{5\pi(8^{1/5})^{-1}}{5\text{sen}(4\pi/5)} = 3{,}52625... = 3{,}53$$

Reforço: Encontre a área sob $f(t) = \dfrac{15t^2}{t^6+4}$ para t > 0 (entre t = 0 e $t \to \infty$), com três significativos.
Resposta: 3,93.

Ex.9) Calcule $\displaystyle\int_{\pi/6}^{3\pi/8} \tan(8\theta/9)d\theta$, lembrando que $\tan(\alpha) = \dfrac{\text{sen}(\alpha)}{\cos(\alpha)}$ e utilizando a transformação $u = \cos(\alpha)$.

Resolução: $\displaystyle\int_{\pi/6}^{3\pi/8} \tan(8\theta/9)d\theta = \int_{\pi/6}^{3\pi/8} \frac{\text{sen}(8\theta/9)}{\cos(8\theta/9)}d\theta$

Fazendo u = cos(8θ/9) $\Rightarrow$ $du = -\dfrac{8}{9}\text{sen}(8\theta/9)d\theta$

$$\int_{\pi/6}^{3\pi/8} \frac{\text{sen}(8\theta/9)}{\cos(8\theta/9)}d\theta = -\frac{9}{8}\int_{\cos(8\pi/54)}^{\cos(\pi/3)} \frac{du}{u} = \frac{9}{8}\ln|u|\Big|_{\cos(\pi/3)}^{\cos(8\pi/54)} = 0{,}6532725...$$

Reforço: Calcule $\displaystyle\int_{\pi/2}^{10\pi/15} \frac{1}{\tan(2\theta/3)}d\theta$ com quatro significativos. *Resposta: 0,1928*